

## DER PHYSIK UND CHEMIE.

## BAND CXLII.

---

I. *Pendelbeobachtungen;*  
von *Oskar Emil Meyer.*

---

Durch Bessel's Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels <sup>1)</sup> angeregt, haben Experimentatoren und Mathematiker sich vielfach bemüht, den Einfluss der Luft auf die Schwingungen eines Pendels genau zu bestimmen. Als wichtigstes Ziel verfolgte man die von Bessel und Dubuat <sup>2)</sup> erkannte Verlängerung der Dauer einer Schwingung durch die mitschwingende Luft. Indem das Pendel einen Theil seiner lebendigen Kraft verwendet, die nächste Luft mitzubewegen, werden seine eignen Schwingungen langsamer.

Weniger beachtete man, dass aus demselben Grunde die Schwingungen des Pendels zugleich kleiner werden müssen. Die vom Pendel an die Luft abgegebene lebendige Kraft verliert sich durch die Bewegung der Luft ins weite und wird durch die Reibung der Luft vernichtet. Das Pendel muss also fortwährend neue lebendige Kraft an die Luft abgeben. Seine Schwingungen werden folglich durch die Luft nicht allein langsamer, sondern auch immer kleiner und kleiner.

Beides hat man beobachtet. Jedoch wurde, während auf die Messung der Vergrößerung der Schwingungsdauer die größte Sorgfalt verwendet wurde, der stetigen Abnahme der Schwingungsbogen kaum größere Beachtung geschenkt,

1) *Abh. d. Berl. Akad. v. 1826.* Berlin 1829.

2) *Principes d'hydraulique. 3<sup>ème</sup> partie, sect. 2, chap. 1, 2.* Aufl. 1786, 3. Aufl. 1816.

als die Reduction der Schwingungszeit auf unendlich kleine Bogen verlangte. Höchstens stellte man Interpolationsformeln ohne theoretische Begründung und von geringem praktischen Werthe auf. Dieser Mangel ist umsomehr zu bedauern, als sich aus der soeben gegebenen Erläuterung ergibt, daß beide Erscheinungen eng zusammenhängen. Die Verlängerung der Schwingungsdauer und die Abnahme der Schwingungsbogen müssen, als zwei Wirkungen derselben Ursache, in einer Beziehung zu einander stehen, welche einer sorgfältigen Beobachtung beider nicht entgehen kann.

In der Absicht, diese Beziehung klar zu legen, unternahm ich die in der vorliegenden Abhandlung mitgetheilten Beobachtungen.

# 1.

## Aeltere Arbeiten.

Die gemeinsame Ursache, auf welche ich beide Erscheinungen, die Verlängerung der Schwingungsdauer und die Verringerung der Schwingungsbogen, zurückzuführen habe, bezeichnet man gewöhnlich als *Widerstand der Luft*. Die Aufgabe meiner Beobachtungen und ihrer Erklärung bestände also darin, nachzuweisen, daß *dieselbe* Annahme über die Größe und das Gesetz dieses Widerstandes ausreicht, *beiderlei* Beobachtungen zu erklären.

Die seit Newton und Leibnitz gebräuchliche Theorie des Widerstandes der Medien pflegt eine eigne Widerstandskraft des Mediums anzunehmen, welche als eine Function der Geschwindigkeit des im Medium bewegten Körpers angesehen wird. Zahllose vergebliche Versuche, Beobachtungen zu erlangen, welche sich dieser Theorie anbequemen sollten, hätten längst zeigen sollen, wie hoffnungslos dieser Weg ist, das Gesetz des Widerstandes aufzufinden.

Schon d'Alembert<sup>1)</sup> hat richtig erkannt, daß ein Wi-

1) *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. Paris 1752. Im Auszuge *Encyclopédie méthodique. Mathématiques*. Tome 2. 1785. Artikel *fluide*, S. 51.

derstand in diesem Sinne gar nicht existirt. Er besteht nur scheinbar, nur in den Augen des Beobachters, welcher, seine ganze Aufmerksamkeit dem bewegten Körper zuwendend, ihn seine Bewegung verlieren sieht, ohne die Strömungen in der umgebenden Flüssigkeit zu beachten. In Wahrheit wirkt eine Flüssigkeit auf einen sich in ihr bewegenden Körper nur durch ihren Druck auf seine Oberfläche, und der Körper auf die Flüssigkeit durch den gleichen Gegendruck. Durch diesen wird lebendige Kraft vom Körper auf die Flüssigkeit übertragen. Der Körper verliert also lebendige Kraft, und es gewinnt den Anschein, als sey dieser Verlust durch den Widerstand vernichtet.

Indessen ist, wenn es auch keinen Widerstand in jenem Sinne, keine eigene widerstehende Kraft der Flüssigkeiten giebt, der Ausdruck Widerstand nicht zu verwerfen. Er ist eine kurze Bezeichnung des Vorganges, dafs der bewegte Körper an das umgebende Medium lebendige Kraft verliert.

Der Widerstand entsteht aus verschiedenen Ursachen. Die nächstliegende scheint der Name selbst andeuten zu wollen: die Flüssigkeit *steht* wider den bewegten Körper. Dieser mufs also ihre Trägheit überwinden, er mufs ihr Geschwindigkeit abgeben, damit sie sich vor ihm fortbewege und hinter ihm nachfliefse.

Aufser diesem *Trägheitswiderstand* übt die Flüssigkeit noch durch ihre Reibung am Körper und durch ihre innere Reibung einen Widerstand aus, den wir *Reibungswiderstand* nennen können<sup>1)</sup>. Diese beiden Arten des Widerstandes befolgen verschiedene Gesetze. Wollen wir also die Gesetze des Widerstandes durch das Experiment feststellen,

1) Dieselbe Unterscheidung zweier Arten des Widerstandes finden wir schon bei Leibnitz (*Acta eruditorum Lips.* 1689. Math. Schriften, herausg. von Gerhardt, Bd. 6, S. 135). Er unterscheidet einen absoluten Widerstand, welcher nur von der Dichtigkeit des Mediums abhängt, vom respectiven, welches aus dem Zusammenhange der Theile des Mediums entsteht. Letzteren vergleicht er mit der Reibung der Körper.

so haben wir die Beobachtungen so einzurichten, daß der Einfluß beider Widerstände getrennt werden kann.

Durch meine Beobachtungen habe ich mich nun bemüht, beide Arten des Widerstandes für eine *schwingende Pendelkugel* zu untersuchen und zu messen; jedoch habe ich im Anschlusse an meine früheren Untersuchungen dem Reibungswiderstande besondere Aufmerksamkeit geschenkt.

Die mathematischen Theorien, welche wir über derartige Versuche besitzen, erschöpfen den Gegenstand nicht völlig. Die von Poisson<sup>1)</sup> entworfene berücksichtigt nur den Trägheitswiderstand und zwar unter der Voraussetzung unendlich kleiner Schwingungen. Es ergibt sich, daß der Trägheitswiderstand der Luft die Schwingungszeit des Pendels vergrößert, ohne eine Abnahme der Amplituden herzubringen.

Zu demselben Resultate gelangten später Green<sup>2)</sup> und Plana<sup>3)</sup>. Endlich hat Clebsch<sup>4)</sup> dasselbe Problem behandelt, ohne die Voraussetzung unendlich kleiner Schwingungen einzuführen; er berücksichtigt jedoch allein den Trägheitswiderstand und vernachlässigt den Einfluß der Reibung. Er findet in Uebereinstimmung mit Poisson, daß auch im allgemeineren Falle endlicher Schwingungsweite durch den Einfluß der Trägheit der Luft lediglich die Schwingungszeit vermehrt werde, ohne daß die Größe der Schwingungen vermindert würde.

Den Einfluß der inneren Reibung der Luft auf das Pendel hat zuerst Stokes<sup>5)</sup> in der Rechnung berücksichtigt. Im Anschlusse an seine Arbeit habe ich in einer kürzlich

1) *Mém. de l'Acad. de Paris*, Tome 11. 1832. p. 521.

2) *Transact. of the roy. soc. of Edinburgh*. Vol. 13. 1836. p. 54.

3) *Mem. d. l'Acad. di Torino*. T. 37. 1835.

4) *Crelle's Journ. f. Math.* Bd. 52. 1856. S. 119. — Eine Ungenauigkeit dieser Arbeit besteht darin, daß die in Formel (21) eingeführte Function *W* nur von der Zeit abhängen soll. Sie ist vielmehr diejenige Function, welche die Bewegungen der Flüssigkeit bestimmt, welche ohne Bethheiligung eines eingetauchten Körpers, hier also des Pendels, ausgeführt werden können.

5) *Transactions of the Cambridge philos. society*, Vol. 9, Part 2, p. 8.



veröffentlichten mathematischen Abhandlung<sup>1)</sup> dieselbe Aufgabe eingehender behandelt. Aus diesen Untersuchungen ergibt sich ebenfalls, daß durch die Luft die Dauer einer Pendelschwingung vergrößert wird; diese Vermehrung der Schwingungszeit ist durch die Reibung der Luft größer, als sie ohne Reibung, nur durch die Trägheit der Luft seyn würde. Zugleich aber bewirkt die Reibung der Luft, daß die Größe der Schwingungen des Pendels allmählich abnimmt. Werden die Schwingungen unendlich klein vorausgesetzt, so nehmen die Schwingungsbogen in geometrischer Reihe ab.

Zur Prüfung dieser Resultate der Theorie durch die Beobachtung hat Stokes die zahlreichen Beobachtungen verwandt, welche von Baily, Bessel, Coulomb und Dubuat angestellt worden sind. Seine Vergleichung zwischen Theorie und Beobachtung ergab eine sehr genaue Uebereinstimmung, besonders in Hinsicht auf die Vergrößerung der Schwingungszeit.

Jedoch ist, wie ich später aus eigenen Beobachtungen folgern konnte<sup>2)</sup>, der Werth der Luftreibung, den Stokes aus Baily's Beobachtungen hergeleitet und zur weiteren Rechnung benutzt hat, zu klein. Dasselbe bestätigen die neuesten Messungen dieser Reibung durch Maxwell<sup>3)</sup>. Es ist daher nicht überflüssig, jene älteren Beobachtungen nochmals unter Benutzung der späteren Messungen zu berechnen.

Von jenen Beobachtungen sind die von Baily und Dubuat angestellten aus Gründen, die ich früher<sup>4)</sup> auseinandergesetzt habe, zur Berechnung wenig geeignet. Die Coulomb'schen Beobachtungen, welche sich auf Schwingungen von Scheiben in Wasser beziehen, habe ich bereits bei einer anderen Gelegenheit<sup>5)</sup> besprochen. Es bleiben

1) Crelle's Journal für Mathematik, Bd. 73, S. 31.

2) Pogg. Ann. Bd. 125 S. 177.

3) Phil. Transact. of the Roy. Soc. of London, Vol. 156, p. 249, 1866.

4) Pogg. Ann. Bd. 125, S. 574 und 196.

5) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 417.

daher nur die Beobachtungen zu berechnen, welche Bessel mit Pendelkugeln in der Luft und im Wasser angestellt hat<sup>1)</sup>.

Diese Messungen Bessel's beziehen sich auf die Vermehrung der Schwingungszeit, welche das umgebende Medium verursacht; auf die Bestimmung der Geschwindigkeit, mit welcher die Amplituden abnehmen, hat Bessel keine große Sorgfalt verwandt.

Die Vergrößerung der Schwingungszeit wird nach Bessel's Beobachtung durch die Formel

$$\frac{T^2}{\tau^2} = \frac{M + kM'}{M - M'}$$

angegeben, in welcher  $T$  die wirklich beobachtete,  $\tau$  die im luftleeren Raume stattfindende Schwingungsdauer,  $M$  die Masse des pendelnden Körpers,  $M'$  die Masse des von demselben verdrängten Mediums, endlich  $k$  eine von der Gestalt des Pendels und von der Beschaffenheit des umgebenden Mediums abhängende Zahl bedeutet. Den Werth dieser Zahl  $k$  hat Bessel für verschiedene Pendel bestimmt; am wichtigsten sind für die Vergleichung mit der Theorie die mit pendelnden Kugeln gewonnenen Resultate.

Die benutzten Pendelkugeln besaßen einen Halbmesser von 12 pariser Linien; sie wurden an einem längeren und an einem kürzeren Faden hängend beobachtet. Das längere Pendel besaß in der Luft eine Schwingungsdauer von 1,7217 Secunden, im Wasser stieg dieselbe auf 1,9085 Secunden; der Werth von  $k$  betrug in der Luft 0,9519<sup>2)</sup>, im Wasser 0,648<sup>3)</sup>. Das kürzere Pendel führte in der Luft eine Schwingung in 1",0020, im Wasser in 1",1078 aus;  $k$  wurde in der Luft = 0,7549<sup>2)</sup>, im Wasser = 0,602<sup>3)</sup> gefunden.

Nach Poisson's Theorie, in welcher die Reibung vernachlässigt wird, sollte  $k$  kleiner und zwar immer =  $\frac{1}{2}$  seyn. Nach Stokes aber ist unter Berücksichtigung der Reibung des umgebenden Mediums<sup>4)</sup>

1) Abh. d. Berl. Akad. v. 1826.

2) Vers. üb. d. Kraft d. Erde. Abh. d. Berl. Akad. von 1830, S. 95.

3) Unters. Abh. d. Berl. Akad. 1826, S. 65.

4) *Cambr. phil. Tr. Vol. 9, Part. 2, p. [32].* O. E. Meyer, *Journ. f. Math. Bd. 73, S. 66.*

$$k = \frac{1}{2} + \frac{9}{4\nu a},$$

wo  $a$  den Radius der Pendelkugel bedeutet,  $\nu$  aber durch die Gleichung

$$\nu^2 = \frac{\pi}{2\gamma^2 T}$$

bestimmt wird; in dieser Gleichung ist  $T$ , wie oben, die Schwingungszeit des Pendels,  $\gamma^2$  eine Constante, welche von Stokes *Reibungsindex* genannt wird; mit dem *Reibungscoefficienten*  $\eta$  der Theorie hängt sie so zusammen, daß

$$\eta = \rho \gamma^2$$

ist, wo  $\rho$  die Dichtigkeit des Mediums bedeutet.

Die in diesen Formeln vorkommenden Größen sind von Bessel selbst sämmtlich direct gemessen, mit alleiniger Ausnahme des Reibungsindex der Luft und des Wassers. Für den ersteren liegen eine Reihe von Werthbestimmungen vor, unter denen die von Maxwell ausgeführte die genaueste zu seyn scheint. Maxwell hat den Reibungscoefficienten der Luft bei mittlerer Temperatur  $\eta = 0,000200$  gefunden <sup>1)</sup>; nehme ich die Dichtigkeit  $\rho$  der Luft bei derselben Temperatur 840 mal leichter an, als die des Wassers, so wird der Reibungsindex der Luft  $\gamma^2 = 0,168$ . Diese Zahlen enthalten als Einheiten das Quadratcentimeter und die Zeitsecunde.

Von den vorhandenen Messungen des Reibungscoefficienten des Wassers glaube ich meine eignen schon deshalb für die sichersten halten zu dürfen, weil sie zwischen den übrigen die Mitte halten. Bessel giebt leider die Temperatur des Wassers nicht an; aus dem Umstande aber, daß er seine Beobachtungen im October angestellt hat, glaube ich schliessen zu dürfen, daß ich nicht sehr fehl

1) Berechnet aus der S. 267 der citirten Abhandlung mitgetheilten Formel:

$$\eta = 0,01878 (1 + 0,00365 \theta)$$

bezogen auf Meter, Gramm, Zeitsecunde und die Scale des hunderttheiligen Thermometers, oder bezogen auf Centimeter und die Dichtigkeit des Wassers

$$\eta = 0,0001878 (1 + 0,00365 \theta).$$

greife, wenn ich die Temperatur des Wassers zu  $7^{\circ}$  C. annehme; ferner setze ich voraus, daß er Brunnenwasser benutzt hat. Unter diesen Verhältnissen habe ich nach meinen früher publicirten Messungen den Reibungscoefficienten  $\eta$  des Wassers = 0,017 zu setzen, ebenfalls auf Centimeter und Secunden bezogen<sup>1)</sup>. Denselben Werth darf ich für den Reibungsindex  $\gamma^2$  des Wassers annehmen.

Aus diesem Zahlenwerthe habe ich nach der angegebenen Formel den Werth der Zahl  $k$  berechnet.

	berechnet	beobachtet
Luft: langes Pendel:	0,854	0,952
kurzes „	0,770	0,755
Wasser: langes „	0,613	0,648
kurzes „	0,590	0,602.

Die Vergleichung dieser berechneten mit den wieder beigefügten von Bessel beobachteten Werthen ist für das kurze Pendel sehr befriedigend; für das lange Pendel aber ist der berechnete Werth beide Male erheblich kleiner als der beobachtete. Die Abweichungen haben ohne Zweifel darin ihren Grund, daß in der Theorie die Reibung unberücksichtigt geblieben ist, welche der Pendelfaden theils in der Luft, theils im Wasser erfährt. Stokes giebt allerdings Correctionen zur Schätzung dieses Einflusses an; jedoch scheint mir die Aufstellung seiner Correctionsformeln an so bedenklichen Schwächen zu leiden, daß ich vorziehe, die Correctionen nicht anzubringen.

Die Uebereinstimmung ist immerhin genügend groß, um zu der Ueberzeugung zu berechtigen, daß die kleinen Abweichungen durch gebührende Berücksichtigung des Fadens verschwinden würden. Damit findet dann auch der beobachtete Werth der Vergrößerung, welche die Dauer einer Pendelschwingung durch das umgebende Medium, Luft oder Wasser, erfährt, seine volle berechnete Erklärung durch die Größe der direct gemessenen inneren Reibung jener Medien.

1) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 400.

Um ebenso die zweite Art des Einflusses, durch den das umgebende Medium die Schwingungsweite eines Pendels nach und nach verkleinert, zu untersuchen, reichen die vorhandenen Beobachtungen nicht aus. Diese Lücke auszufüllen, habe ich die in einem folgenden Abschnitt mitgetheilten Messungen ausgeführt.

## 2.

### Beschreibung der Versuche.

Meine Absicht, den Einfluss einer so kleinen Kraft, wie die innere Reibung der Luft ist, auf die Schwingungen eines Pendels genau zu bestimmen, durfte ich nur dann zu erreichen hoffen, wenn ich das schwingende Pendel bei möglichst geringer Geschwindigkeit beobachtete. Ich mußte also bei sehr kleinen Schwingungswinkeln beobachten. Um trotzdem die allmähliche Abnahme derselben hinreichend genau messen zu können, blieb nur das Mittel, mit sehr langen Pendeln zu experimentiren.

Zu diesem Zwecke bot sich ein vorzüglich geeignetes Local, welches zugleich gestattete, die Länge der Pendel mit Leichtigkeit zu verändern, in dem Treppenhause des neuen Gebäudes, in welchem seit dem Jahre 1866 neben einigen anderen Instituten der Universität Breslau auch das physikalische Cabinet untergebracht ist. Die Fig. 1 der Taf. VIII stellt einen Vertikalschnitt durch dies Treppenhaus dar, Fig. 2 ist der Grundriß, beide in 120facher Verkleinerung. Die zu den drei Stockwerken des Gebäudes hinaufführende Treppe beschreibt von Stockwerk zu Stockwerk einen Halbkreis, dessen äußerer Umfang sich auf die Wand stützt, während der innere frei schwebt. Innerhalb der Windungen dieser Treppe ist durch die ganze Höhe des Gebäudes ein halbkreisförmiger Raum von etwa 3 Meter Durchmesser frei geblieben. In diesem Raume hängte ich das zu meinen Versuchen dienende Pendel auf. Zuerst befestigte ich es an einem auf dem Fußboden des dritten Stockwerks liegenden, mit mehreren Centnern beschwerten Balken, welcher in der Mitte des halbkreisförmigen Raumes

so weit hervorragte, daß das Pendel den Treppen-Absätzen nicht zu nahe kommen konnte. An diesem Balken hing an einem langen Drahte die Pendelkugel *k* im Erdgeschofs. Nachdem die Beobachtungen dieses längsten Pendels vollendet waren, wurde der Balken in das zweite Stockwerk hinabgetragen und an demselben das verkürzte Pendel befestigt, das ich dann denselben Messungen unterwarf. Endlich wurde drittens der Aufhängepunkt des Pendels in das erste Stockwerk verlegt und abermals dieses kürzeste Pendel beobachtet, dessen Länge immerhin noch fast gleich der ganzen Höhe des Erdgeschosses war.

So bedeutenden Längen der Pendelfäden entsprechend, wählte ich in der Absicht, den zu messenden Einfluß der Luft möglichst zu vergrößern, die an dem Faden hängende Kugel groß und leicht. Ich nahm eine aus einem Stücke Holz gedrehte Kugel von etwa 21 Centimeter Durchmesser. Sie wurde an dem Drahte durch ein in das Holz eingelassenes, in Fig. 3 Taf. VIII in natürlicher GröÙe dargestelltes Stück Messing befestigt, welches äußerlich mit dem Holze gleich kugelförmig abgedreht war. In einem feinen Bohrloch seiner Axe, dessen Oeffnung sich nach innen kegelförmig erweiterte, war der Draht mittelst eines angelötheten Kegelchens, das in die kegelförmige Erweiterung genau paßte, befestigt.

Auf die Befestigung des Aufhängungsdrahtes am oberen Ende große Sorgfalt zu verwenden, hielt ich für unnöthig. Freilich entsteht auch hier eine unvermeidliche Reibung, die man möglichst zu verkleinern wünschen sollte. Indes ist bei solchen Längen der Pendel, wie ich sie benutzte, der Einfluß dieser Reibung, da sie fast am Drehungspunkte wirkt, verschwindend klein gegen den der Reibung der Luft an der Pendelkugel, welche Kraft wie an einem sehr langen Hebel wirkt. Ich benutzte daher keine Schneide zur Aufhängung des Pendels, sondern ich klemmte das obere Ende des Drahtes in der nach unten trompetenförmig erweiterten Oeffnung eines am Balken befestigten Stückes Messing, das Fig. 4 Taf. VIII in natürlicher GröÙe zeigt, einfach durch

eine seitliche Schraube fest. Zur Aufhängung wurde ein dünner Kupferdraht verwandt.

Die Schwingungen dieses Pendel beobachtete ich durch ein horizontal gerichtetes Fernrohr  $f$ , welches in der Halle des Erdgeschosses in etwa 11 Meter Entfernung von dem Pendel aufgestellt und auf den Pendelfaden eingestellt war. Im Ocular dieses astronomischen Fernrohrs befand sich anstatt des Fadenkreuzes eine Glasplatte, auf welcher eine durch 61 vertikale Linien gebildete horizontale Scale eingezägt ist. Durch dieses Okular-Mikrometer maß ich die Größe der Ausschläge des senkrecht gegen die Sehaxe des Fernrohrs schwingenden Pendels.

Um das Pendel genau in dieser senkrechten Richtung in Gang setzen zu können, stellte ich zunächst vor und hinter demselben noch je ein Loth,  $l_1$  und  $l_2$ , ein an einem Seidenfaden herabhängendes Gewicht auf. Jeder dieser Fäden war genau 1 Meter von dem ruhenden Pendelfaden entfernt, und sie waren so aufgestellt, daß ihr Bild, durch das Fernrohr gesehen, ebenso wie das des Pendelfadens mit dem mittleren Striche der Ocular-Scale zusammenfiel. In gleichen Entfernungen von diesen beiden Lothen hängte ich dann rechts und links vom Pendelfaden zwei andere ebensolche Lothe  $l_3$  und  $l_4$  (Fig. 2 Taf. VIII) auf und stellte seitlich ein Fernrohr  $f'$  so auf, daß seine Sehrichtung durch diese zwei Lothe und den Pendelfaden gerichtet war; beim Drehen der Schraube dieses Fernrohrs erschienen also nach einander das Bild des einen Lothes, das des Pendelfadens und endlich das des anderen Lothes im Fadenkreuze. Wollte ich nun das Pendel zu einem Versuche in Gang setzen, so legte ich einen feinen Faden um die Mitte der Kugel und befestigte diesen an einem seitlich aufgestellten Stative so, daß auch jetzt der Pendelfaden im Fadenkreuze des letztgenannten Hilfsfernrohrs erschien. Nach einiger Zeit brannte ich dann den Faden, der die Kugel hielt, ab und setzte dadurch das Pendel genau in der geforderten Richtung in Schwingungen.

Diese Vorsicht wird auf den ersten Blick vielleicht als



überflüssig erscheinen. Denn wenn man, wie ich, nur das Gesetz der Abnahme der Schwingungen beobachten will, so bedarf man nicht der absoluten Werthe der Amplituden; es scheint also die Kenntniss der Projection desselben auf die Bildebene des Fernrohrs zu genügen. Indefs darf nicht übersehen werden, daß die Richtung der Pendelschwingungen während eines Versuches gar nicht dieselbe bleibt, sondern daß sie sich in Folge der Drehung der Erde selber zu drehen scheint. Die abgelesenen scheinbaren Amplituden bedürfen also der Multiplication mit einem Zahlenfactor, dessen Werth von der seit dem Beginne der Schwingungen verflissenen Zeit abhängt.

Ferner ist zur Reduction der beobachteten Schwingungszeiten auf unendlich kleine Amplituden die Kenntniss der letzteren in absolutem Maasse erforderlich. Es war also nöthig, den Werth eines Scalentheils des Okular-Mikrometers zu bestimmen. Ich erhielt diese gewünschte Gröfse, indem ich einen metrisch eingetheilten Maafstab hart an dem Pendel horizontal in der Richtung der seitlichen Lothe aufstellte und, durch das Fernrohr sehend, die Striche der Millimetertheilung aufsuchte, welche mit Strichen der Ocular-Scale zusammenfielen. So fand ich, daß alle Theile der letzteren als gleich angesehen werden durften und daß der Werth eines derselben  $2^{mm},824$  betrug.

Die Zeitdauer einer Schwingung maß ich anfangs mit einer halbe Secunden schlagenden Pendeluhr u'. Ich folgte den Schlägen derselben mit dem Ohre, den Bewegungen des Pendelfadens mit dem durch das Fernrohr sehenden Auge. Von 5 zu 5 Minuten notirte ich die Zeit eines Durchganges des Pendelfadens durch den mittleren Strich der Scale, selbstverständlich eines Durchganges in immer derselben Richtung.

Diese Methode aber vertauschte ich bald mit der weit vorzüglicheren Methode der Coincidenzen-Beobachtungen, welche von de Mairan<sup>1)</sup> erdacht worden ist. Ich verfuhr

1) *Histoire de l'Académie de Paris. Année 1735, p. 166.* Bessel (Unters. S. 11) und noch bestimmter Dove (Maafs und Messen, 2. Aufl.

ebenso, wie Borda<sup>1)</sup> und nach ihm Andere die Methode zur Anwendung gebracht haben. Hinter dem Pendel wurde eine Pendel-Uhr *u* so aufgestellt, daß die Schwingungen ihres Secundenpendels ebenfalls durch das Fernrohr gleichzeitig mit den Bewegungen des Pendelfadens wahrgenommen werden konnten. Da die Entfernung beider Pendel etwa 3 Meter betrug, so wurde, damit beide zugleich gesehen werden konnten, zwischen ihnen eine Convexlinse *λ* aufgestellt; ein Mittel, welches zuerst Carlini angewandt hat<sup>2)</sup>.

Auf der Linse des Uhrpendels befestigte ich ebenso, wie Borda, ein Blatt Papier mit einem schräg gelegten Kreuze zweier sich rechtwinklig schneidenden Linien (Fig. 5 Taf. VIII), dessen Mitte, wenn das Pendel ruhte, durch das Fernrohr mit dem mittleren Striche seiner Scale zusammenfallend gesehen wurde. Eine Coincidenz wurde somit beobachtet, wenn das Kreuz gleichzeitig mit dem Pendelfaden den mittleren Strich passirte. Zu dieser ältesten Einrichtung Borda's griff ich zurück und zog sie der Methode Biot's<sup>3)</sup>, selbst auch der Bessel'schen<sup>4)</sup> vor, obwohl diese letztere grössere Schärfe der Beobachtung zuläfst. Nach dieser Methode hätte ich am Pendelfaden eine Scheibe, Kugel oder dergl. anbringen müssen, deren Bild eine gleich gross erscheinende Fläche am Uhrpendel bei jeder Coincidenz verdeckt hätte. Eine solche Einrichtung am Pendelfaden hätte erheblichen Luftwiderstand eingeführt.

Der Vortheil, den die Beobachtung der Coincidenzen vor der gewöhnlichen Beobachtungsart voraus hat, tritt in seinem ganzen Werthe freilich nur dann hervor, wenn beide Pendel eine nahezu gleiche Schwingungsdauer besitzen. Indefs hat schon Bessel gezeigt, daß die Methode

1835, S. 81) schreiben diese Erfindung Borda zu. Vergl. Gehler's phys. Wörterbuch Bd. 7 S. 321.

1) *Méchain et Delambre, Base du système métrique décimal. Tome 3, 1810. p. 337.*

2) *Effem. di Milano 1824.*

3) *Base du syst. métr. T. 4, 1843; auch unter dem Titel: Biot et Arago, Recueil d'observations etc. Paris 1821, p. 441.*

4) *Unters. S. 12.*

der Coincidenzen auch dann jeder anderen vorzuziehen ist, wenn beide Pendel ganz verschiedene Bewegungen haben<sup>1)</sup>. Um in diesem Falle die Fehler zu vermeiden oder wenigstens zu vermindern, hat man nur mehrere auf einander folgende Coincidenzen zu beobachten und aus allen das Mittel zu nehmen. Ich beobachtete daher, ähnlich wie Bessel, alle im Verlaufe von 2 bis 3 Minuten eintretenden Coincidenzen und wiederholte diese Beobachtung jede Viertelstunde.

Größere Schwierigkeit machte die Messung der Länge der Pendelfäden, die zu lang waren, als dafs ich sie mit einem Maafsstab hätte direct messen können. Ich mafs sie daher trigonometrisch. Dazu stand mir durch die freundliche Güte meines Collegen, des Hrn. Professor Galle, dem ich meinen Dank hier ausspreche, ein der Breslauer Sternwarte angehörender Höhenkreis  $h$  zur Verfügung, dessen Nonius eine Ablesung bis auf 10 Secunden gestattete. Das Instrument wurde auf einem der Treppen-Absätze auf schweren festen Stativen zu jeder Längenmessung so aufgestellt, dafs es der Mitte des Pendelfadens gegenüber stand. Von dieser Stellung aus wurde sein Fernrohr auf das obere und das untere Ende des Pendelfadens gerichtet und die dazu nöthige Drehung am vertikal gestellten Kreise abgelesen. Um auch die horizontale Richtung des Fernrohrs und die dazu erforderliche Stellung des Kreises auffinden zu können, ist an dem Instrumente die Einrichtung getroffen, dafs Kreis und Fernrohr um eine vertikale Axe drehbar sind. Beide können also zur Rechten und zur Linken des Beobachters gestellt werden. Beobachtet man bei beiden Stellungen des Kreises die Richtung des Fernrohrs nach dem oberen Ende des Pendelfadens, so genügen diese Beobachtungen zur Bestimmung der Neigungswinkel, welche die Fernrohraxe gegen die horizontale Richtung bildet, wenn sie auf die Enden des Pendelfadens gerichtet ist. Sie würden also auch

1) Unters. S. 13.

genügen, die Länge des Pendelfadens zu berechnen, wenn die Entfernung desselben von der Axe des Höhenkreises bekannt wäre.

Um diese Entfernung zu finden, stellte ich dem Höhenkreise gerade gegenüber hart am Pendelfaden einen Metermaafsstab  $\mu$  auf, auf dessen Enden ich das Fernrohr des Höhen-Instrumentes ebenso einstellte, wie auf die des Pendelfadens. Aus diesen Messungen liefs sich die gesuchte Entfernung leicht finden.

Der zu diesen Messungen benutzte Metermaafsstab aus der Sammlung des physikalischen Cabinets der Universität Breslau ist ein von Perreaux in Paris aus Rothgufs gefertigtes Strichmaafs. Nach einer am 21. December 1863 von Hrn. Th. Baumann in Berlin bei 12° C. vorgenommenen Vergleichung desselben mit dem von Fortin angefertigten Endmaafs-Meter der Normal-Eichungs-Commission, welches 0<sup>mm</sup>,0527 zu kurz seyn soll, ist das Meter von Perreaux 0<sup>mm</sup>,0076 zu lang. Diesen kleinen Fehler habe ich vernachlässigt; ebenso den Einflufs der am Thermometer  $\vartheta$  abgelesenen Temperatur des Maafsstabs.

Wenn in dieser Weise die Pendelfäden gemessen werden, so ist zweifellos, dafs die Fehler der Messung sich in demselben Maafse vergrößern, in welchem der Pendelfaden länger ist als das Meter. Indefs zeigt die Uebereinstimmung verschiedener, unabhängig von einander ausgeführten Messungen desselben Fadens, welche in der Folge mitgetheilt werden, dafs die gemessene Länge bis auf mindestens den 10000sten Theil zu verbürgen ist.

Die Temperatur der Pendel und des Maafsstabs wurde durch Thermometer  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4, \vartheta$  bestimmt, welche neben denselben aufgehängt waren. Neben dem Pendelfaden hing eins am oberen Ende, eins unten in der Höhe der Kugel, dazwischen andere in jedem Stockwerk des Hauses. Diese Thermometer zeigten erhebliche Differenzen, das oberste zeigte immer den höchsten Stand. Ausserdem wurde zu Anfang und zu Ende jeder Reihe von Schwingungsbeobach-

tungen ein im Erdgeschofs hängendes Heberbarometer  $\beta$  und ein daneben aufgestelltes August'sches Psychrometer  $\psi$  abgelesen.

## 3.

## Beobachtungen.

Nachdem ich alle Einrichtungen und Umstände, deren Kenntnifs nöthig zu seyn scheint, angegeben habe, werde ich jetzt die Ergebnisse der Beobachtungen mittheilen.

## 1. Längstes Pendel.

Am 8. September 1868 führte ich eine erste Reihe von Beobachtungen aus, bei welcher ich noch nicht die Methode der Coincidenzen anwandte; vielmehr beobachtete ich mit dem Auge die Schwingungen des Pendels, während ich mit dem Ohre die Schläge einer halbe Secunden schlagenden Pendeluhr zählte. Ich beobachtete von 5 zu 5 Minuten die Zeit eines Durchgangs durch die Gleichgewichtslage und die Gröfse des unmittelbar vorausgehenden und des unmittelbar folgenden Ausschlages des Pendels.

Um 9 Uhr 8 Min. 0 Sec. wurde das Pendel in Gang gesetzt. Das oberste Thermometer im dritten Stock zeigte  $21^{\circ},6$  C., das im zweiten Stock  $21,5$ , das im ersten  $19,75$ , endlich das unterste bei der Kugel  $18^{\circ},1$ . Das Barometer stand auf  $28'' 1''' ,1$ , das Thermometer an demselben auf  $13^{\circ},9$  R.; daraus berechnet sich der reducirte Stand des Barometers auf  $758^{\text{mm}}$ . Die Thermometer des Psychrometers zeigten  $14,86$  und  $13^{\circ},08$  R.; daraus folgt die absolute Feuchtigkeit, d. h. der Druck des Wasserdampfes  $12^{\text{mm}},8$ , die relative Feuchtigkeit  $0,80$  des möglichen Maximums.

Um  $9^{\text{h}} 40'$  begann ich die Beobachtungen und erhielt folgende Resultate:

Tabelle 1.

links	Amplitude		Zeit des Durchgangs
	rechts	Summe	
28,0	28,4	56,4	9 <sup>h</sup> 45' 37",5
26,0	26,2	52,2	
24,2	24,6	48,8	
22,3	22,6	44,9	10 <sup>h</sup> 0' 37",5
20,8	21,25	42,05	
19,4	19,75	39,15	
18,1	18,4	36,5	10' 37",0
17,0	17,4	34,4	
15,9	16,3	32,2	
14,8	15,25	30,05	20' 36",5
13,9	14,3	28,2	
13,1	13,4	26,5	
12,3	12,6	24,9	25' 36",2
11,5	11,8	23,3	
10,8	11,2	22,0	
10,25	10,6	20,85	30' 36",5
9,6	9,9	19,5	
9,0	9,3	18,3	
8,6	8,8	17,4	35' 36",2
7,95	8,25	16,2	
7,8	7,6	15,4	
7,1	7,3	14,4	45' 36",0
6,7	6,9	13,6	
6,3	6,5	12,8	
5,9	5,9	11,8	50' 36",0
			55' 35",7
			11 <sup>h</sup> 0' 35",7
			5' 35",5
			10' 35",5
			15' 35",2
			20' 35",0
			25' 34",7
			30' 34",5
			35' 34",6
			40' 34",5

Der zwischen je zwei Beobachtungen liegende Zeitraum umfasst 78 Schwingungen des Pendels.

Nach Schluss dieser Beobachtungsreihe zeigten die Thermometer des Psychrometers 15,50 und 13°,52 R., woraus sich die absolute Feuchtigkeit = 13<sup>mm</sup>,1, die relative = 0,78 berechnet. Das Barometer zeigte 28" 1<sup>'''</sup>,0, das angehängte Thermometer 14°,45 R.; daraus folgt der reducirte Barometerstand 758<sup>mm</sup>. Von den Thermometern am Pendel zeigte das unterste 18°,9 C., das folgende 21,5, das dritte im zweiten Stock 22,5 und das oberste 22°,7 C.

Aus den Ablesungen vor und nach der Beobachtungsreihe folgt im Mittel:

Temperatur: 18°,5 C. unten; 20°,6; 22°,0; 22,2 oben.

reducirter Barometerstand 758<sup>mm</sup>,0.

absolute Feuchtigkeit 12<sup>mm</sup>,9; relative 0,79.

Am 22. September 1868 stellte ich eine zweite Beobachtungsreihe mit demselben Pendel nach der Methode der Coincidenzen an, wobei ich auf die Messung der Amplituden nicht mehr Sorgfalt verwendete, als zur Reduction der beobachteten Schwingungszeiten auf unendlich kleine Amplituden erforderlich war. Die Resultate enthält folgende Tabelle.

Tabelle 2.

Amplitude		Coincidenzen		Amplitude	
26,2	25,3	0	11 <sup>h</sup> 52' 24"		
		12	53' 10"		
		19	53' 37"	24,4	23,9
		220	12 <sup>h</sup> 6' 30"		
		225	6' 49"		
		232	7' 16"		
		239	7' 43"	20,2	19,4
16,9	16,2	464	12 <sup>h</sup> 22' 8"		
		471	22' 35"		
		478	23' 2"		
		483	23' 21"	16,3	15,6
13,8	13,0	703	12 <sup>h</sup> 37' 27"		
		710	37' 54"		
		715	38' 13"	13,3	12,4
11,25	10,35	935	12 <sup>h</sup> 52' 19"		
		942	52' 46"		
		947	53' 5"		
		956	53' 40"	10,9	10,0
9,4	8,4	1150	1 <sup>h</sup> 6' 6"		
		1155	6' 25"		
		1162	6' 52"		
		1176	7' 46"	9,0	8,1
7,6	6,7	1408	1 <sup>h</sup> 22' 38"		
		1413	22' 57"		
		1420	23' 24"	7,4	6,55

Die erste Columne der Tabelle enthält die vor Beginn einer Coincidenzen-Beobachtung gesehene Amplitude, die letzte dieselbe nach Schlufs einer Beobachtung. Die mittlere Columne mit der Ueberschrift Coincidenzen enthält in ihrer ersten Spalte die laufende Zahl der Schwingungen des Pendels, welche seit der ersten beobachteten Coincidenz ausgeführt worden waren; in der zweiten Spalte steht der mit der Pendelschwingung coincidirende Secundenschlag.

Das Pendel war genau um 11 Uhr in Gang gesetzt



worden. Vor und nach der Beobachtungsreihe wurden alle Hülfsinstrumente abgelesen:

	vorher	nachher	Mittel
Unterstes Thermometer	17,0 C.	17,2	17,1 C.
Zweites           "	18,5 C.	18,7	18,6 C.
Drittes           "	20,2 C.	20,2	20,2 C.
Oberstes         "	20,4 C.	20,5	20,5 C.
Barometer	27" 7 <sup>m</sup> ,0	27" 6 <sup>m</sup> ,8	
Temperatur desselben	13,2 R.	13,3	
Reducirter Barometerstand	744 <sup>mm</sup> ,5	744,0	744 <sup>mm</sup> ,2
Psychrometer trocken	14,10 R.	14,21	
"       feucht	13,14 R.	13,20	
Absolute Feuchtigkeit	13 <sup>mm</sup> ,3	13,4	13 <sup>mm</sup> ,4
Relative         "	0,89	0,88	0,89.

Am folgenden Tage, am 23. September maß ich die Länge des Pendelfadens. Die Thermometer neben demselben zeigten: das untere 17<sup>o</sup>,5 C., das zweite 19,1, das dritte 20,2, das obere 20,4. Ein fünftes Thermometer dicht am Meterstab zeigte 20<sup>o</sup>,1 C. Aus den Einstellungen auf das Ende des Metermaafses fand ich die Entfernung des Meters, also auch die des Pendelfadens von der Axe des Höhenkreises

$$= 4^m,0894.$$

Mit Hülfe dieser Zahl berechnete ich aus den Einstellungen auf die Enden des Pendelfadens die Länge desselben

$$= 14^m,5513.$$

Nachmittags wiederholte ich diese Messungen bei folgenden Ständen der Thermometer in Centesimalgraden:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,9	18,2	18,0
zweites	19,4	19,9	19,6
drittes	20,4	20,5	20,5
oberes	20,8	20,9	20,9
am Meter			20,5.

Ich fand die Entfernung des Instruments vom Pendelfaden

$$= 4^m,0901$$

und die Länge des Fadens

$$= 14^m,5542.$$

Aus beiden Messungen ergibt sich im Mittel der Werth

$$14^m,5528,$$

von welchem jede einzelne um nicht mehr als

$$\pm 1^m,4$$

abweicht. Diese Uebereinstimmung zweier von einander unabhängigen Messungen ist der beste Beweis für die Genauigkeit der trigonometrischen Messungsmethode. Ihre Fehler scheinen nur durch die Unsicherheit bedingt zu seyn, welche die Einstellung auf das obere Fadenende, das mit einer etwa 2<sup>mm</sup> dicken Schraube festgeklemt war, mit sich bringt.

Endlich wurde noch mit Hülfe eines auf die Kugel aufgesetzten leichten Maafsstabs festgestellt, dafs die Stelle am Pendelfaden, deren Bild in die Mitte der Fernrohrscale fiel, 193<sup>mm</sup> über der Kugel, also nach vorstehender Messung

$$14^m,360$$

unter dem Aufhängepunkte des Pendels lag.

## 2. Mittleres Pendel.

Am 25. September 1868 stellte ich gleiche Reihen von Beobachtungen mit dem auf etwa  $\frac{2}{3}$  seiner Länge verkürzten Pendel an. Es wurde um 9<sup>h</sup> 1' 0" in Bewegung versetzt.

Ich beobachtete folgende Reihe von Coincidenzen und zugleich die hinzugefügte Reihe von Amplituden.

Tabelle 3.

Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
0	9 <sup>h</sup> 26' 38"	9 <sup>h</sup> 25'	27,4	28,3	55,7
18	27' 34"	30'	25,3	26,4	51,7
36	28' 30"	35'	23,9	24,8	48,7
286	9 <sup>h</sup> 41' 28"	40'	22,2	23,1	45,3
302	42' 18"	45'	20,8	21,7	42,5
320	43' 14"	50'	19,25	20,2	39,45
570	9 <sup>h</sup> 56' 12"	55'	18,0	19,0	37,0
587	57' 5"	10 <sup>h</sup> 0'	16,9	17,8	34,7
605	58' 1"	5'	15,7	16,6	32,3

Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
872	10 <sup>h</sup> 11' 52"	10 <sup>h</sup> 10'	14,7	15,6	30,3
890	12' 48"	15'	13,75	14,6	28,35
908	13' 44"	20'	12,85	13,7	26,55
1157	10 <sup>h</sup> 26' 39"	25'	12,1	12,9	25,0
1175	27' 35"	30'	11,3	12,1	23,4
1193	28' 31"	35'	10,6	11,35	21,95
1441	10 <sup>h</sup> 41' 23"	40'	9,9	10,7	20,6
1459	42' 19"	45'	9,3	10,1	19,4
1477	43' 15"	50'	8,7	9,4	18,1
1761	10 <sup>h</sup> 57' 59"	55'	8,05	8,95	16,95
1779	58' 55"	11 <sup>h</sup> 0'	7,6	8,4	16,0
1797	59' 51"	5'	7,1	7,95	15,05
2012	11 <sup>h</sup> 11' 0"	10'	6,6	7,4	14,0
2030	11' 56"	15'	6,2	7,05	13,25
2046	12' 46"				

Vor dem Beginn und nach dem Schlusse dieser Beobachtungen las ich ferner folgende Instrumente ab und berechnete aus ihren Angaben:

	vorher	nachher	Mittel
Unteres Thermometer	16,7 C.	17,4	17°,0 C.
Mittleres        "	17,6 C.	19,1	18,3
Oberes           "	19,1 C.	20,0	19,5
Barometer	27" 9",0	27" 7",65	
Temperatur desselben	13,3 R.	13,4	
Reducirter Barometerstand	748 <sup>mm</sup> ,9	745,9	747 <sup>mm</sup> ,4
Psychrometer trocken	13,90 R.	14,40	
feucht	12,62 R.	13,10	
Absolute Feuchtigkeit	12 <sup>mm</sup> ,6	13,1	12 <sup>mm</sup> ,8
Relative           "	0,85	0,85	0,85

Am folgenden Tage wurde die Länge des Pendelfadens gemessen; dabei stand der Höhenkreis entsprechend niedriger, der Mitte des Pendelfadens gegenüber. Ich fand die Entfernung des Instruments vom Faden

$$3^m,9252$$

und dadurch die Länge des letzteren

$$9^m,4893.$$

Die Thermometer zeigten:

und die Länge des Fadens

$$= 14^m,5542.$$

Aus beiden Messungen ergibt sich im Mittel der Werth

$$14^m,5528,$$

von welchem jede einzelne um nicht mehr als

$$\pm 1^m,4$$

abweicht. Diese Uebereinstimmung zweier von einander unabhängigen Messungen ist der beste Beweis für die Genauigkeit der trigonometrischen Messungsmethode. Ihre Fehler scheinen nur durch die Unsicherheit bedingt zu seyn, welche die Einstellung auf das obere Fadenende, das mit einer etwa 2<sup>mm</sup> dicken Schraube festgeklemt war, mit sich bringt.

Endlich wurde noch mit Hülfe eines auf die Kugel aufgesetzten leichten Maassstabs festgestellt, daß die Stelle am Pendelfaden, deren Bild in die Mitte der Fernrohrscale fiel, 193<sup>mm</sup> über der Kugel, also nach vorstehender Messung

$$14^m,360$$

unter dem Aufhängepunkte des Pendels lag.

## 2. Mittleres Pendel.

Am 25. September 1868 stellte ich gleiche Reihen von Beobachtungen mit dem auf etwa  $\frac{2}{3}$  seiner Länge verkürzten Pendel an. Es wurde um 9<sup>h</sup> 1' 0" in Bewegung versetzt.

Ich beobachtete folgende Reihe von Coincidenzen und zugleich die hinzugefügte Reihe von Amplituden.

Tabelle 3.

Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
0	9 <sup>h</sup> 26' 38"	9 <sup>h</sup> 25'	27,4	28,3	55,7
18	27' 34"	30'	25,3	26,4	51,7
36	28' 30"	35'	23,9	24,8	48,7
286	9 <sup>h</sup> 41' 28"	40'	22,2	23,1	45,3
302	42' 18"	45'	20,8	21,7	42,5
320	43' 14"	50'	19,25	20,2	39,45
570	9 <sup>h</sup> 56' 12"	55'	18,0	19,0	37,0
587	57' 5"	10 <sup>h</sup> 0'	16,9	17,8	34,7
605	58' 1"	5'	15,7	16,6	32,3

Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
872	10 <sup>h</sup> 11' 52"	10 <sup>h</sup> 10'	14,7	15,6	30,3
890	12' 48"	15'	13,75	14,6	28,35
908	13' 44"	20'	12,85	13,7	26,55
1157	10 <sup>h</sup> 26' 39"	25'	12,1	12,9	25,0
1175	27' 35"	30'	11,3	12,1	23,4
1193	28' 31"	35'	10,6	11,35	21,95
1441	10 <sup>h</sup> 41' 23"	40'	9,9	10,7	20,6
1459	42' 19"	45'	9,3	10,1	19,4
1477	43' 15"	50'	8,7	9,4	18,1
1761	10 <sup>h</sup> 57' 59"	55'	8,05	8,95	16,95
1779	58' 55"	11 <sup>h</sup> 0'	7,6	8,4	16,0
1797	59' 51"	5'	7,1	7,95	15,05
2012	11 <sup>h</sup> 11' 0"	10'	6,6	7,4	14,0
2030	11' 56"	15'	6,2	7,05	13,25
2046	12' 46"				

Vor dem Beginne und nach dem Schlusse dieser Beobachtungen las ich ferner folgende Instrumente ab und berechnete aus ihren Angaben:

	vorher	nachher	Mittel
Unteres Thermometer	16,7 C.	17,4	17°,0 C.
Mittleres        "	17,6 C.	19,1	18,3
Oberes           "	19,1 C.	20,0	19,5
Barometer	27 <sup>''</sup> 9 <sup>'''</sup> ,0	27 <sup>''</sup> 7 <sup>'''</sup> ,65	
Temperatur desselben	13,3 R.	13,4	
Reducirter Barometerstand	748 <sup>mm</sup> ,9	745,9	747 <sup>mm</sup> ,4
Psychrometer trocken	13,90 R.	14,40	
"       feucht	12,62 R.	13,10	
Absolute Feuchtigkeit	12 <sup>mm</sup> ,6	13,1	12 <sup>mm</sup> ,8
Relative           "	0,85	0,85	0,85

Am folgenden Tage wurde die Länge des Pendelfadens gemessen; dabei stand der Höhenkreis entsprechend niedriger, der Mitte des Pendelfadens gegenüber. Ich fand die Entfernung des Instruments vom Faden

3<sup>m</sup>,9252

und dadurch die Länge des letzteren

9<sup>m</sup>,4893.

Die Thermometer zeigten:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,2	17,3	17°,2 C.
mittleres	18,3	18,5	18,4
oberes	19,3	19,5	19,4
am Meter	18,6	19,1	18,8

Nachmittags wiederholte ich die Messungen bei folgendem Stande der Thermometer:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,5	17,5	17°,5 C.
mittleres	19,1	19,1	19,1
oberes	19,9	19,9	19,9
am Meter	19,0	19,0	19,0

Ich fand jetzt die Entfernung

3<sup>m</sup>,9255

und die Länge des Pendelfadens

9<sup>m</sup>,4887.

Im Mittel ergibt sich aus beiden Bestimmungen der Werth

9<sup>m</sup>,4890,

von welchem die beiden Einzelbestimmungen nur um

$\pm 0^{\text{mm}},3$ ,

also um den 30000sten Theil abweichen.

Endlich mafs ich noch, dafs die Stelle des Pendelfadens, auf welche das Beobachtungs-Fernrohr gerichtet war, 189<sup>mm</sup> über der Pendelkugel, folglich 9<sup>m</sup>,300 unter dem Aufhängungspunkte gelegen war.

### 3. Kürzestes Pendel.

Dieselben Beobachtungen stellte ich endlich mit dem auf etwa  $\frac{1}{3}$  seiner ursprünglichen Länge verkürzten Pendel an.

Am 28sten September setzte ich dasselbe um 10<sup>h</sup> 16' 30" in Gang. Ich beobachtete darauf nachstehende Reihen von coincidirenden Schwingungen und von Schwingungsamplituden.

Tabelle 4.

Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
0	10 <sup>h</sup> 46' 10"	10 <sup>h</sup> 45'	28,8	26,4	55,2
12	46' 36"	50'	26,6	24,4	51,0
26	47' 6"	55'	24,8	22,5	47,3
33	47' 21"	11 <sup>h</sup> 0'	23,0	20,9	43,9
52	48' 2"	5'	21,3	19,1	40,4
437	11 <sup>h</sup> 1' 51"	10'	20,0	17,7	37,7
444	2' 6"	15'	18,5	16,2	34,7
463	2' 47"	20'	17,3	15,1	32,4
470	3' 2"	25'	16,2	13,95	30,15
482	3' 28"	30'	15,2	12,9	28,1
836	11 <sup>h</sup> 16' 10"	35'	14,1	11,9	26,0
848	16' 36"	40'	13,3	11,0	24,3
855	16' 51"	45'	12,6	10,2	22,8
874	17' 32"	50'	11,7	9,4	21,1
881	17' 47"	55'	11,0	8,7	19,7
1266	11 <sup>h</sup> 31' 36"	12 <sup>h</sup> 0'	10,4	8,1	18,5
1273	31' 51"	5'	9,8	7,4	17,2
1292	32' 32"	10'	9,3	6,9	16,2
1299	32' 47"	15'	8,8	6,8	15,1
1318	33' 28"	20'	8,2	5,9	14,1
1670	11 <sup>h</sup> 46' 6"				
1677	46' 21"				
1696	47' 2"				
1717	47' 47"				
1722	47' 58"				
2095	12 <sup>h</sup> 1' 21"				
2114	2' 2"				
2121	2' 17"				
2140	2' 58"				
2506	12 <sup>h</sup> 16' 6"				
2532	17' 2"				
2539	17' 17"				
2565	18' 13"				

Vor und nach diesen Beobachtungen wurde abgelesen wie folgt:

	vorher	nachher	Mittel
Unteres Thermometer	17,6	17,7	17 <sup>o</sup> ,7 C.
Oberes " "	18,9	19,0	19,0
Barometer	27" 8",15	27" 8",4	
Temperatur desselben	13,6 R.	13,7	
Reducirter Barometerstand	747,0	747,5	747 <sup>mm</sup> ,3
Psychrometer trocken	14,68 R.	14,70	
" feucht	13,62	13,57	
Absolute Feuchtigkeit	13,8	13,7	13 <sup>mm</sup> ,8
Relative " "	0,88	0,87	0,88



Am 30. September maß ich die Länge des Pendelfadens. Ich fand zunächst die Entfernung des Instruments von demselben

3<sup>m</sup>,7111

und dann die gesuchte Länge

4<sup>m</sup>,4865.

Die Thermometer zeigten:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,6	18,0	17°,8 C.
oberes	19,3	19,8	19,6
am Meter	18,6	19,4	19,0

Bei einer zweiten Messung war der Stand derselben Instrumente:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	18,0	18,2	18,1
oberes	19,8	20,1	20,0
am Meter		20,0	

Ich fand die Entfernung

3<sup>m</sup>,7114

und die Länge des Pendelfadens

4<sup>m</sup>,4870.

Der Mittelwerth aus beiden Messungen beträgt

4<sup>m</sup>,4868,

von dem jede einzelne Bestimmung um  $\pm 0,25$  Millimeter abweicht.

Endlich wurde durch Messung gefunden, daß die Sehrichtung des Fernrohrs einen Punkt am Pendelfaden traf, der 195<sup>mm</sup> über der Kugel, folglich

4<sup>m</sup>,292

unter dem Aufhängungspunkte des Pendels lag.

#### 4. Ausmessungen und Wägungen.

Nach Vollendung der Schwingungsbeobachtungen blieben noch Wägungen und Größenbestimmungen der Theile des Pendels auszuführen übrig.

Den Durchmesser der hölzernen Pendelkugel maß ich am 12. Juni 1869 auf folgende Weise. Ich stellte die Kugel

auf einem Stative auf, legte einen feinen Draht, dessen beide Enden gleiche Gewichte trugen, über sie und stellte unter ihr horizontal einen Millimeter-Maafsstab auf (Fig. 6 Taf. VIII). An diesem Maafsstab machte ich folgende Ablesungen.

Erst mafs ich einen Durchmesser, der bei den Schwingungen der Kugel horizontal gewesen war; ich las an zwei Stellen des Maafsstabs ab, erst 20,85, dann 20,88 Centimeter, denn nach einer neuen Auflegung des Drahtes 20,88 und 20,85. Darauf drehte ich die Kugel um einen rechten Winkel und erhielt durch dasselbe Verfahren die vier Ablesungen 20,88; 20,89; 20,89; 20,88. Im Mittel erhalte ich also für den *horizontalen* Durchmesser der Kugel 20,87 Centimeter.

Darauf mafs ich ebenso den *verticalen* Durchmesser. Ich erhielt die vier Ablesungen 21,18; 21,19; 21,19; 21,18, aus denen der Mittelwerth 21,18 Centimeter folgt.

Die Kugel ist demnach nicht eine genaue Kugel, sondern sie ist als ein verlängertes Rotationsellipsoid zu betrachten. Hieraus folgt, dafs ihr *Volumen* zu 4830 Kubikcentimetern zu berechnen ist; ferner, dafs bei Berechnung des Widerstandes der Luft, welcher von ihrem verticalen Querschnitte abhängt, als Werth ihres Durchmessers das geometrische Mittel

$$\sqrt{20,87 \cdot 21,18} = 21,02 \text{ Centimeter}$$

anzunehmen ist.

Das *Gewicht der Kugel* in der Luft ergab sich durch vierfach wiederholte Wägung am 14. December 1868 im Mittel

$$= 2465,6 \text{ Gramm,}$$

welche Zahl einen möglichen Fehler von  $\pm 0,2$  Grm. enthalten kann. Aus dem angegebenen Volumen der Kugel habe ich berechnet, dafs sie in der Luft einen Gewichtsverlust von 5,7 Grm. erleidet. Im luftleeren Raume würde sie also

$$2471,3 \text{ Grm.}$$

wiegen.

Das Gewicht des Kupfer-Drahtes, welcher als Pendelfaden gedient hatte, bestimmte ich am 24. März 1869 durch ein System von sieben Wägungen; ich maß das Gewicht seiner drei Stücke einzeln, dann je zweier zusammen, endlich aller drei zusammen. Durch eine symmetrische Verbindung dieser sieben Wägungen zu drei Gleichungen erhielt ich das Gewicht

des oberen Stücks = 4,2390 Grm.

» mittleren » = 4,2028 »

» unteren » = 3,7908 » ;

der Fehler einer jeden dieser Zahlen beträgt höchstens  $\frac{1}{2}$  Milligramm. Hieraus ergibt sich das Gewicht

des langen Pendelfadens = 12,2326 Grm.

» mittleren » = 7,9819 »

» kurzen » = 3,7739 »

in der Luft. Vergleicht man diese Zahlen mit den oben angegebenen Längen der Drähte, 14,5528, 9,4893, 4,4868 Meter, so findet man übereinstimmend, daß ein Meter Draht 0,841 Grm. wog.

Den Durchmesser des Drahtes maß ich auf die Weise, daß ich ihn, belastet durch ein der Kugel gleiches Gewicht, auf eine Glasröhre aufwickelte und die Breite einer gewissen Zahl von Windungen durch einen in pariser Linien getheilten Maassstab bestimmte, dessen Nonius den 100<sup>sten</sup> Theil einer Linie abzulesen gestattet. Im Mittel aus mehreren Messungen fand ich den Durchmesser

des unteren Stücks 0,151 Linien

» mittleren » 0,152 »

» oberen » 0,154 »

Daraus ergibt sich im Mittel der Durchmesser

des langen Pendelfadens 0,152 Linien

» mittleren » 0,1515 »

» kurzen » 0,151 »

Also ist hinreichend genau für alle drei Pendel der Durchmesser des Fadens

$$= 0'',1515 = 0^{\text{mm}},342$$

anzunehmen.

## 4.

## Berechnung der Schwingungszeiten.

Um aus den beobachteten Coincidenzen die Dauer einer Pendelschwingung zu berechnen, habe ich das von Bessel vorgeschriebene Verfahren angewandt, nach welchem zunächst aus jedem Satze von Coincidenzbeobachtungen die Mittelwerthe gezogen werden <sup>1)</sup>. Mit Hülfe des angenähert bekannten Werthes der Schwingungszeit berechnet man dann aus diesen Mitteln abgerundete Mittelwerthe, welche so beschaffen sind, daß ihre Intervalle immer die gleiche Zahl von Schwingungen umfassen <sup>2)</sup>. An diesen abgerundeten Mittelwerthen ist noch die Correction anzubringen, durch welche die Schwingungszeit auf unendlich kleine Schwingungen reducirt wird. Die so erhaltenen reducirten Mittel werden endlich nach der Methode der kleinsten Quadrate zu einer Rechnung verbunden, welche den wahrscheinlichsten Werth der Dauer einer Schwingung liefert.

Zur Berechnung der Correction zur Reduction auf unendlich kleine Schwingungen ist die Kenntniß der absoluten Werthe der Schwingungswinkel erforderlich. Diese ist aus den mit dem Fernrohr abgelesenen Schwingungswerten herzuleiten. Zu diesem Zwecke ist zuvörderst die beobachtete GröÙe mit dem Factor zu multipliciren, welcher den Werth eines Scalentheils ausdrückt; dieser beträgt, wie oben angegeben, 2,824<sup>mm</sup>. Dividirt man dieses Product durch die Entfernung des durch das Fernrohr gesehenen Punktes des Pendelfadens vom Aufhängepunkte, so erhält man die scheinbare Tangente des Ausschlages oder des halben Schwingungswinkels. Für die drei verschiedenen Pendel sind also die zur Auffindung dieser Tangente nöthigen Factoren:

für das lange Pendel	2,824 : 14360;
» » mittlere »	2,824 : 9300;
» » kurze »	2,824 : 4292.

1) Unters. Art. 5, S. 14.

2) Unters. Art. 12, S. 28.

Diese Rechnung liefert aber nur die scheinbaren Tangenten, nicht die wahren. Denn die Schwingungsebene des Pendels, welche anfangs senkrecht gegen die Fernrohraxe stand, dreht sich mit einer dem Sinus der geographischen Breite des Ortes proportionalen constanten Geschwindigkeit. Um die wahren Tangenten der Schwingungswinkel zu finden, habe ich die scheinbaren also noch durch

$$\cos(2\pi \frac{t}{T} \sin b)$$

zu dividiren <sup>1)</sup>, wenn  $t$  die seit dem Beginne der Pendelbewegung verstrichene Zeit,  $T$  die Dauer eines Tages und  $b$  die Breite von Breslau bedeutet.

Nimmt man für diese Correctionsrechnung  $b = 51^{\circ} 7'$  an, so erhält man nach obigen Daten folgende größten und kleinsten beobachteten Werthe der wahren Anschlagswinkel

des langen Pendels 17' und 5',

» mittleren » 30' » 8',

» kurzen » 63' » 18'.

Bei einer so geringen Gröfse dieses Winkels ist es erlaubt den Bogen seiner Tangente gleich zu setzen, ohne dafs dadurch der Genauigkeit der Beobachtungen Eintrag geschähe. Man darf ebenso die gewöhnliche Correction der Schwingungszeit, durch welche dieselbe auf unendlich kleine Amplituden reducirt wird, auf ihr erstes Glied beschränken.

Auf diese Weise habe ich zunächst aus den Beobachtungen des langen Pendels, welche ich am 8. September ohne Anwendung der Methode der Coincidenzen angestellt hatte, den Werth der auf unendlich kleine Schwingungen reducirten Schwingungszeit berechnet; durch die nach der Methode der kleinsten Quadrate geführte Rechnung fand ich die Schwingungsdauer

$$3''8444,$$

bezogen auf den Gang der angewandten Halbsecundenuhr.

1) Dieser Umstand ist bei keiner Messung des Secundenpendels berücksichtigt worden. Es verdient daher erwähnt zu werden, dafs alle Pendelmessungen, bei denen der Faden nach jeder Richtung hin biegsam war, hierdurch einen geringen Fehler erhalten haben.

Mit dieser Zahl wurden rückwärts die Fehler der einzelnen Beobachtungen berechnet und Zahlen gefunden, unter denen keine den möglichen Fehler von  $\frac{1}{4}''$  erheblich überstieg. Der mittlere wahrscheinliche Fehler ergab sich zu

0'',136.

Obiger Werth der Schwingungsdauer bedarf jedoch noch einer Verbesserung wegen des fehlerhaften Ganges der Uhr. Durch wiederholte Vergleichung desselben mit der Uhr der Sternwarte, deren Gang durch astronomische Beobachtung controlirt wird, fand ich, dafs die von mir benutzte Uhr in einer Stunde 0'',76 zurückblieb. Dadurch ergibt sich die Dauer einer Schwingung des langen Pendels

3'',8452 mittlere Zeit.

Einen etwas abweichenden, ohne Zweifel zuverlässigeren Werth haben die nach der Methode der Coincidenzen angestellten Beobachtungen desselben Pendels geliefert. Aus den unmittelbaren Beobachtungen habe ich zunächst die in folgender Tabelle enthaltenen Mittelwerthe berechnet.

Tabelle 5.

Mittel	234 $T_1 =$	$\Delta$
10    11 <sup>h</sup> 53' 2'',385		— 0'',0130
244    12 <sup>h</sup> 8' 2'',173	14' 59'',789	— 0'',0418
478    23' 1'',880	706	+ 0'',0113
712    38' 1'',587	707	+ 0'',0629
946    53' 1'',359	772	+ 0'',0500
1180    1 <sup>h</sup> 8' 1'',214	855	— 0'',0467
1414    23' 0'',948	734	— 0'',0225.

Nach Reduction auf unendlich kleine Schwingungen habe ich aus je zwei auf einander folgenden dieser Mittel die in der mittleren Columnne stehenden Werthe der Dauer von 234 Schwingungen hergeleitet. Diese Zahlen habe ich nach der Methode der kleinsten Quadrate verbunden und aus ihnen das Resultat gezogen, dafs die Schwingungszeit des langen Pendels

3,84512

Secunden der Pendeluhr beträgt. Aus diesem Resultate

sind rückwärts die Fehler  $\Delta$  jeder der Mittelwerthe berechnet, welche eine unmittelbare Anschauung von der Genauigkeit der Methode gewähren <sup>1)</sup>.

Da die Pendeluhr täglich 3",43 gegen mittlere Zeit vor-eilte, so ist obige Zahl noch dahin zu verbessern, dass die Dauer einer Schwingung des langen Pendels

$$T_1 = 3",84497$$

mittlere Zeit beträgt.

Ganz ebenso habe ich aus den Beobachtungen des mittleren Pendels hergeleitet:

Tabelle 6.

	Mittel	287 $T_2 =$	$\Delta$
20	9 <sup>h</sup> 27' 40",225		+ 0",0017
307	42' 33",487	14' 53" 258	- 0",0015
594	57' 26",749	259	- 0",0057
881	10 <sup>h</sup> 12' 19",989	238	+ 0",0110
1168	27' 13",214	224	+ 0",0421
1455	42' 6",549	334	- 0",0375
1742	56' 59",837	288	- 0",0702
2029	11 <sup>h</sup> 11' 52",963	125	+ 0",0599.

Der Werth der Schwingungszeit dieses mittleren Pendels ist

$$T_2 = 3",11239 \text{ Uhrzeit}$$

$$= 3",11224 \text{ mittlere Zeit.}$$

Endlich folgt aus den Beobachtungen des kurzen Pendels:

Tabelle 7.

	Mittel	418 $T_3 =$	$\Delta$
25	10 <sup>h</sup> 47' 3",861		- 0",0107
443	11 <sup>h</sup> 2' 3",917	15' 0" 036	- 0",0072
861	17' 3",937	007	+ 0",0249
1279	32' 3",976	031	+ 0",0330
1697	47' 4",092	111	- 0",0387
2115	12 <sup>h</sup> 2' 4",117	022	- 0",0213
2533	17' 4",117	14' 59" 998	+ 0",0200.

- 1) Der regelmässig wiederkehrende Zeichenwechsel der Fehler scheint darauf hinzudeuten, dass die übliche Art, die Schwingungen auf unendlich kleine Amplituden zu reduciren, nicht genügt. In der That wird bei dieser Rechnung fehlerhaft vorausgesetzt, dass die Amplituden in geometrischer Progression abnehmen.

Die Dauer einer Schwingung dieses kurzen Pendels beträgt

$$\begin{aligned} T_3 &= 2'',15320 \text{ Uhrzeit} \\ &= 2'',15312 \text{ mittlere Zeit.} \end{aligned}$$

Diese genau bestimmten Schwingungszeiten würden zu einer ebenso genauen Kenntniss der meines Wissens noch nicht gemessenen Länge des Secundenpendels in Breslau führen, wenn die Länge der drei Pendel mit derselben Sicherheit bekannt wäre, wie ihre Schwingungszeiten. Allerdings habe ich mit ähnlicher Schärfe die Längen der Pendelfäden gemessen. Jedoch ist keineswegs ausgemacht, daß der Punkt, an welchem der Draht befestigt ist, auch der sey, um den das Pendel sich bei seinen Schwingungen dreht. Im Gegentheile ist, weil der Faden sich bei jeder Schwingung biegt, anzunehmen, daß der Drehungspunkt etwas tiefer liege als der Befestigungspunkt. Dazu kommt, daß der Schwerpunkt der Kugel nicht genau in ihren Mittelpunkt fällt. Aus diesen beiden Gründen folgt, daß die Länge meiner Pendel beiweitem nicht so scharf zu bestimmen ist, wie die der Pendelfäden. Die Ungenauigkeit der ersteren kann mehrere Millimeter betragen; sie sind vielleicht nur bis auf den 1000<sup>sten</sup> oder 2000<sup>sten</sup> Theil ihres eignen Werthes zu verbürgen, obwohl die Messungen der Pendelfäden bis auf den 10000<sup>sten</sup> Theil übereinstimmen.

Nichts desto weniger habe ich die Berechnung der Länge des einfachen Secundenpendels aus meinen Beobachtungen durchgeführt. Die Länge  $l$  des einfachen Pendels, welches mit dem beobachteten gleiche Schwingungsdauer besitzt, habe ich nach der Formel

$$l = \frac{(M + kM)(\lambda + a)^2 + \mu + \frac{1}{2}m\lambda^2}{(M - M')(\lambda + a) + \frac{1}{2}(m - m')\lambda}$$

berechnet. In dieser bezeichnet  $M$  die Masse der Pendelkugel,  $a$  ihren verticalen Halbmesser,  $\mu$  das Trägheitsmoment der Kugel in Bezug auf eine durch ihren Mittelpunkt gelegte horizontale Drehungsaxe; ferner ist  $\lambda$  die Länge des Pendelfadens und  $m$  seine Masse; endlich ist  $M'$  die Masse eines der Kugel gleichen Luftvolumens,  $m'$  die vom Faden



verdrängte Luftmasse und  $k$  der von Bessel eingeführte Coëfficient. Für diesen ist nach der Theorie <sup>1)</sup> der Werth

$$k = \frac{1}{2} + \frac{9}{4\pi a}$$

zu setzen. Den Zahlenwerth der Gröfse  $\nu$  habe ich aus den im folgenden Abschnitt berechneten, gleichzeitig ausgeführten Amplituden-Beobachtungen hergeleitet.

Auf diese Weise habe ich zunächst für  $k$  folgende drei Werthe erhalten:

für das lange Pendel  $k = 0,637$ ;

» » mittlere »  $k = 0,623$ ;

» » kurze »  $k = 0,603$ .

Diese Zahlen sind nahezu gleich. Es zeigt sich also, dafs Bessel's ursprüngliche Annahme,  $k$  sey von der Schwingungsdauer unabhängig, für Pendel von so bedeutender Länge, wie die meinigen, berechtigt gewesen wäre.

Ferner sieht man, dafs für so lange Pendel  $k$  nicht erheblich gröfser ist als  $\frac{1}{2}$ . Daraus folgt, dafs der Einfluss der 'Luftreibung auf den Werth von  $k$  bei sehr grofser Länge der Pendel verschwindend klein wird. Es ist also auch die Vergröfserung, welche die Schwingungszeit eines sehr langen Pendels durch die Reibung der Luft erfährt, sehr gering. Demnach ist es vortheilhaft, recht lange Pendel der Beobachtung zu unterwerfen, wenn man die Länge des Secundenpendels messen will.

Nach obiger Formel finde ich nun die Länge des correspondirenden einfachen Pendels

für das lange Pendel  $l = 14^m,703$ ,

» » mittlere »  $9^m,626$ ,

» » kurze »  $4^m,609$ .

Dividire ich diese Zahlen durch das Quadrat der Schwingungszeit, so erhalte ich folgende drei Werthe der Länge des einfachen Secundenpendels

$0^m,9945$ ,

$0,9938$ ,

$0,9943$ ,

1) Stokes, *Cambr. phil. Tr.* Bd. 9, S. [32]; O. E. Meyer, *Cr. Journ.* f. Math. Bd. 73, S. 66.

welche um weniger als  $\frac{1}{3}$  Millimeter von ihrem Mittelwerthe

$$0^m,9942$$

abweichen.

Diese für Breslau gefundene Länge des Secundenpendels stimmt vollkommen genau mit dem von Bessel für Berlin gemessenen Werthe

$$440,7354 \text{ Linien} = 0,994224 \text{ Meter}$$

überein.

Die Intensität der Schwerkraft in Breslau wird hiernach

$$\pi^2 \cdot 0,9942 = 9,812 \text{ Meter}$$

mit einem möglichen Fehler von etwa 4 Millimeter.

Man könnte noch an eine andere Verwerthung der Beobachtungen der Schwingungszeiten denken. Der Werth von  $k$  könnte ähnlich, wie es Bessel gethan hat, aus den Schwingungszeiten berechnet und zu einer Prüfung der Theorie verwandt werden, wie ich im ersten Abschnitte Bessel's Bestimmungen von  $k$  benutzt habe. Indefs sind dazu Beobachtungen mit so langen Pendeln, weil für sie  $k$  zu wenig von  $\frac{1}{2}$  verschieden ist, nicht günstig. Desto bessere Resultate verspricht die Vergleichung der Beobachtungen der abnehmenden Schwingungsbogen mit der Theorie.

### 5.

Gesetz der Abnahme der Schwingungsbogen.

Eine Theorie, welche die Voraussetzung so kleiner Schwingungsweiten enthält, daß die Quadrate der Geschwindigkeiten des Pendels und der Luft gegen diese Geschwindigkeiten selber vernachlässigt werden dürfen, muß zu dem Resultate führen, daß die Größe der Schwingungsbogen nicht anders als in geometrischer Progression abnehmen könne. Nach diesem Gesetze würden also zwei auf einander folgende Schwingungsbogen in der Beziehung zu einander stehen, daß der nachfolgende um eine dem vorausgehenden proportionale Größe kleiner ist als dieser, daß also im Verlaufe jeder Schwingung eine Abnahme, d. h. eine

negative Zunahme, des Schwingungswinkels  $\varphi$  eintritt, welche  $\varphi$  proportional ist:

$$-\delta\varphi = \varepsilon\varphi,$$

wo  $\varepsilon$  eine von der Schwingungszeit abhängige Constante ist, welche man das logarithmische Decrement nennt.

Ist  $\varphi$  nicht so klein, daß jene Voraussetzung berechtigt wäre, so wird in dieser Formel rechts eine Function von  $\varphi$  zu setzen seyn, welche bei unendlich abnehmendem  $\varphi$  mit  $\varepsilon\varphi$  zusammen fällt. Ist der Werth von  $\varphi$  kleiner als eine gewisse Gränze, so läßt sich diese Function durch eine nach steigenden Potenzen von  $\varphi$  fortschreitende Reihe darstellen, welche sich für hinreichend kleine  $\varphi$  mit für die Praxis genügender Annäherung auf ihre zwei ersten Glieder

$$-\delta\varphi = \varepsilon\varphi(1 + \beta\varphi),$$

wo  $\beta$  eine neue Constante ist, beschränken läßt.

Aus diesem allgemeineren Gesetze für die Abnahme der Amplituden hat Gronau eine für die Rechnung geeignetere Form auf folgende Weise hergeleitet<sup>1)</sup>.

Wenn die Schwingungen des Pendels sehr langsam abnehmen, so ist das Decrement  $\delta\varphi$  für eine längere Reihe von Schwingungen angenähert constant. Umsomehr ist man berechtigt anzunehmen, daß der Schwingungsbogen während der Dauer  $T$  einer einzigen Schwingung gleichmäßig stark abnehme. Nennen wir die Abnahme, welche dieser Bogen während der unendlich kleinen Zeit  $dt$  erleidet,  $d\varphi$ , so findet die Proportion statt

$$\frac{\delta\varphi}{T} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Setzt man in diese Gleichung den Werth von  $\delta\varphi$  ein, so findet man

$$-\frac{d\varphi}{\varphi(1 + \beta\varphi)} = \varepsilon \frac{dt}{T}.$$

Diese Differentialgleichung integrirt Gronau über den Zeitraum von  $p$  Schwingungen. War zu Anfang dieser Zeit

1) Gronau. Ueber die Bewegung schwingender Körper im widerstehenden Mittel. Danzig 1850. Auch als Pörogramm der Johannesschule in Danzig erschienen.

der Werth der Amplitude  $q_p$ , dagegen nach Verlauf der  $p$  Schwingungen  $q_p$ , so erhält man

$$\log \text{nat} \left( \frac{q_p}{q_p} \frac{1 + \beta q_p}{1 + \beta q_p} \right) = p \varepsilon,$$

eine Formel, welche  $q_p$  als Function von  $p$ , das heißt als Function der Zeit liefert.

Diese Formel habe ich der Berechnung meiner Beobachtungsreihen zu Grunde gelegt. Dazu habe ich ihr folgende auf Briggs'sche Logarithmen reducirte Form gegeben

$$\log \frac{1 + \beta q_p}{q_p} = C + n \lambda.$$

Hierin ist  $n$  eine Zahl, welche mit  $p$  durch die Gleichung

$$p = q n$$

zusammenhängt; in dieser ist  $q$  die Anzahl der in jedem Intervall zwischen zwei Ablesungen ausgeführten Schwingungen, so daß  $n$  die Stellenzahl einer einzelnen Beobachtung ist. Wie  $\beta$ , so sind auch  $C$  und  $\lambda$  von der Schwingungszeit  $T$  abhängige, dagegen von  $n$  unabhängige Constanten; erstere hat die Bedeutung

$$C = \log \frac{1 + \beta q_p}{q_p};$$

letztere ist

$$\lambda = q \varepsilon \log e = q \varepsilon \cdot 0,43429 \dots$$

Um nun einen vorläufigen Versuch zu machen, ob durch eine passende Bestimmung der Constanten  $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $C$  erreicht werden kann, daß sich die Beobachtungen durch die Formel darstellen lassen, habe ich die Werthe der drei Constanten zunächst nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate, sondern auf bequemere Weise die eine nach der anderen berechnet.

Zunächst berechnete ich  $\beta$ . Dazu ist eine Reihe beobachteter Gröfsen

$$q_0, q_1, q_2, \dots q_n \dots q_\infty$$

gegeben. Die Formel liefert

$$\log \frac{q_p}{q_n} \frac{1 + \beta q_n}{1 + \beta q_p} = n \lambda$$

und ebenso

$$\log \frac{q_{m-n}}{q_n} \frac{1+\beta q_m}{1+\beta q_{m-n}} = n\lambda.$$

Also ist

$$\frac{1+\beta q_n}{q_n} \frac{1+\beta q_{m-n}}{q_{m-n}} = \frac{1+\beta q_0}{q_0} \frac{1+\beta q_m}{q_m}$$

und hieraus

$$\left( \frac{1}{q_0} + \frac{1}{q_m} - \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{m-n}} \right) \beta = \frac{1}{q_n} \frac{1}{q_{m-n}} - \frac{1}{q_0} \frac{1}{q_m}.$$

Man kann also  $\beta$  aus je vier Beobachtungen, der ersten, der letzten und zwei beliebigen, gleich weit vom Anfang und Ende entfernten Beobachtungen herleiten. Es ist aber klar, daß diese Berechnung nur dann gute Werthe liefern kann, wenn die letzteren zwei Beobachtungen weit genug vom Anfang und vom Ende der Reihe entfernt liegen, weil sonst die in der Formel enthaltenen Differenzen zu klein und ungenau werden. Ich habe daher nur solche Paare zur Rechnung benutzt, für welche die Stellenzahl  $n$  größer als  $\frac{1}{3}m$  ist. Auf diese Weise blieben mir aus jeder Reihe sechs bis acht Werthbestimmungen von  $\beta$ , aus denen ich das Mittel zog.

Nachdem somit  $\beta$  mit genügender Genauigkeit bestimmt war, konnte die wichtigere Constante  $\lambda$  leicht mit größerer Schärfe berechnet werden. Ich berechnete zunächst

$$\log \frac{1+\beta q_n}{q_n} = \psi_n$$

für jedes  $n$ . Dadurch erhielt ich zur Bestimmung von  $\lambda$  folgendes System von Gleichungen:

$$\begin{aligned} \lambda &= \psi_1 - \psi_0 & 2\lambda &= \psi_2 - \psi_0 & 3\lambda &= \psi_3 - \psi_0 & \dots\dots \\ & & \lambda &= \psi_2 - \psi_1 & 2\lambda &= \psi_3 - \psi_2 & \dots\dots \\ & & & & \lambda &= \psi_3 - \psi_1 & \dots\dots \\ & & & & & & \dots\dots \end{aligned}$$

von denen jede mit dem ihr zukommenden Gewichte berücksichtigt wird, wenn ich sie einfach addire. So erhalte ich

$$\frac{1}{2}m(m+1)(m+2)\lambda = \sum (m-2n)(\psi_{m-n} - \psi_n),$$

welche Summe über alle Werthe von  $n$  von 0 bis  $\frac{1}{2}m$  auszudehnen ist, vorausgesetzt, daß  $m$ , wie es bei meinen Beobachtungen der Fall war, eine gerade Zahl ist.

Nachdem so  $\beta$  und  $\lambda$  bestimmt waren, hatte die Berechnung von  $C$  keine Schwierigkeit. Es wurde einfach der Mittelwerth genommen.

Aus den in Tabelle 1 mitgetheilten Beobachtungen des längsten Pendels habe ich, nachdem aus den beobachteten scheinbaren Amplituden die wahren berechnet waren, auf diese Weise die Formel hergeleitet

$$\log\left(\frac{1}{q_n} + 0,010444\right) = 8,45050 - 10 + n \cdot 0,019585,$$

welche die Schwingungsweite  $q_n$  in Theilen der Fernrohrscale ausgedrückt darstellt. Desgleichen habe ich für das mittlere Pendel aus den Beobachtungen in Tabelle 3 berechnet

$$\log\left(\frac{1}{q_n} + 0,007483\right) = 8,40331 - 10 + n \cdot 0,021573;$$

endlich aus den in Tabelle 4 enthaltenen Beobachtungen des kürzesten Pendels die Formel

$$\log\left(\frac{1}{q_n} + 0,009667\right) = 8,44155 - 10 + n \cdot 0,022670.$$

Um zu prüfen, wie genau diese Formeln den Gang der Beobachtungen darstellen, habe ich die aus ihnen folgenden Werthe der Amplituden berechnet und mit den wahren Werthen der Amplituden verglichen, welche aus den beobachteten scheinbaren sich ergeben.

Tabelle 8.

n	Langes Pendel			Mittleres Pendel			Kurzes Pendel		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
0	56,75	56,30	+ 0,45	55,89	56,09	- 0,20	55,45	55,64	- 0,19
1	52,64	52,43	+ 0,21	51,95	52,31	- 0,36	51,33	51,40	- 0,07
2	49,32	48,94	+ 0,38	49,02	48,85	+ 0,17	47,71	47,59	+ 0,12
3	45,50	45,75	- 0,25	45,70	45,67	+ 0,03	44,39	44,13	+ 0,26
4	42,73	42,83	- 0,10	42,98	42,75	+ 0,23	40,95	41,00	- 0,05
5	39,91	40,15	- 0,24	40,00	40,06	- 0,06	39,33	38,14	+ 0,19
6	37,35	37,68	- 0,33	37,63	37,57	+ 0,05	35,39	35,54	- 0,15
7	35,34	35,40	- 0,06	35,41	35,27	+ 0,14	33,17	33,15	+ 0,02
8	33,21	33,30	- 0,09	33,07	33,14	- 0,07	30,99	30,96	+ 0,03
9	31,13	31,35	- 0,22	31,15	31,16	- 0,01	29,00	28,94	+ 0,06
10	29,34	29,54	- 0,20	29,38	29,32	+ 0,06	26,95	27,09	- 0,14

n	Langes Pendel			Mittleres Pendel			Kurzes Pendel		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
11	27,71	27,86	-0,15	27,53	27,60	-0,07	25,31	25,37	-0,06
12	26,18	26,29	-0,11	26,05	26,00	+0,05	23,87	23,78	+0,09
13	24,64	24,83	-0,19	24,51	24,51	0	22,21	22,31	-0,10
14	23,41	23,47	-0,06	23,11	23,12	0	20,86	20,95	-0,09
15	22,32	22,20	+0,12	21,82	21,82	0	19,71	19,68	+0,03
16	21,02	21,00	+0,02	20,67	20,60	+0,07	18,44	18,50	-0,06
17	19,86	19,88	-0,02	19,41	19,45	-0,04	17,48	17,40	+0,08
18	19,02	18,83	+0,19	18,31	18,38	-0,07	16,41	16,38	+0,03
19	17,84	17,85	-0,01	17,40	17,37	+0,03	15,44	15,42	+0,02
20	17,10	16,92	+0,18	16,49	16,43	+0,06			
21	16,14	16,05	+0,09	15,46	15,54	-0,08			
22	15,37	15,23	+0,14	14,75	14,70	+0,05			
23	14,60	14,46	+0,14						
24	13,58	13,73	-0,15						

Die Abweichung der Rechnung von der Beobachtung hält sich in allen drei Reihen innerhalb der möglichen Fehler der Beobachtung. In der Mitte des Gesichtsfeldes des Fernrohrs konnte ich allerdings bei der Ablesung nach 0,1 Scalentheil schätzen, am Rande desselben jedoch mit Sicherheit nicht mehr als 0,2. Bei der Addition der Amplituden rechts und links wachsen diese Fehler auf das Doppelte, und durch die Division mit dem Cosinus des Drehungswinkels der Pendelebene auf noch etwas mehr.

Die somit durch die Beobachtung bestätigte Endformel der von Gronau entwickelten Theorie

$$\log \operatorname{nat} \left( \frac{q_s}{q_p} \frac{1 + \beta q_p}{1 + \beta q_s} \right) = p \varepsilon$$

kann als eine Definition des logarithmischen Decrements  $\varepsilon$  der Amplituden angesehen werden, welche allgemeiner als die gebräuchliche ist. Letztere gilt nur für den Gränzfall unendlich kleiner Amplituden,

$$\log \operatorname{nat} \frac{q_s}{q_p} = p \varepsilon,$$

und entsteht aus der allgemeineren, wenn die  $q$ , also auch  $\beta q$  gegen 1 vernachlässigt werden.

Die numerischen Werthe dieses logarithmischen Decrements erhält man aus den oben für die Constante  $\lambda$  angegebenen, welche mit  $\varepsilon$  durch die Formel

$$\lambda = q \varepsilon \log e$$

oder

$$\varepsilon = \frac{1}{q} \lambda \log \text{nat } 10$$

verbunden ist. Die Zahl  $q$  ist die Anzahl der in jedem Beobachtungs-Intervall vorübergegangenen Pendelschwingungen. Für das lange Pendel ist diese Anzahl, wie oben angegeben,  $q = 78$ ; für die beiden anderen Pendel findet man sie, wenn man die Zeit von 5 Minuten oder 300 Sekunden durch die Dauer einer Schwingung dividirt. So erhält man

$$\text{für das lange Pendel } \varepsilon = 0,000578;$$

$$\text{„ „ mittlere „ } \varepsilon = 0,000515;$$

$$\text{„ „ kurze „ } \varepsilon = 0,000375.$$

Aus der im Eingange dieser Abhandlung erwähnten mathematischen Theorie, welche den Einfluß der Luft auf eine Pendelkugel unter Rücksicht auf die innere Reibung der Luft behandelt, folgt für das logarithmische Decrement im Gränzfall unendlich kleiner Amplituden der theoretische Werth<sup>1)</sup>

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2} \pi k' M'}{M + k M'}$$

Hierin bedeutet, wie früher,  $M$  die Masse der Pendelkugel,  $M'$  die Masse einer ihr an Volumen gleichen Luftkugel;  $k$  ist die von Bessel so bezeichnete Zahl, deren Bedeutung

$$k = \frac{1}{2} + \frac{9}{4 \nu a}$$

ist; ähnlich ist

$$k' = \frac{9}{4 \nu a} \left( 1 + \frac{1}{\nu a} + \frac{1}{2} \frac{a}{\pi} \right),$$

wenn, wie oben,  $a$  den Radius der Pendelkugel bedeutet und

$$\nu^2 = \frac{\pi}{2 \gamma^2 T}$$

ist, wo  $T$  die Schwingungsdauer des Pendels und  $\gamma^2$  den Reibungsindex der Luft oder das Verhältniß des Reibungscoëfficienten  $\eta$  zur Dichtigkeit  $\rho$  bedeutet:

$$\rho \gamma^2 = \eta.$$

1) Crelle's Journal f. Math. Bd. 73, S. 66. Diese meine Formeln stimmen mit den von Stokes aufgestellten (*Cambr. phil. Transact. Vol. 9 Part. 2, p. [32]*) nach Einführung erlaubter Vernachlässigungen überein.



Mit hinreichender Genauigkeit darf ich statt dieser Formel setzen

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} k' \frac{M'}{M},$$

$$k' = \frac{9}{4 \nu a} \left(1 + \frac{1}{\nu a}\right).$$

Diese Formel habe ich zu einer neuen Bestimmung des Reibungscoëfficienten  $\eta$  der atmosphärischen Luft benutzt. Die bis jetzt angewandten Methoden, diese Constante zu messen, haben eine sehr geringe Uebereinstimmung ergeben. Es erscheint daher wünschenswerth, die Ergebnisse der früheren Messungen durch eine neue Methode zu prüfen.

Bei dieser Rechnung hatte ich zu berücksichtigen, daß die Dichtigkeit der Luft bei den drei Versuchen nicht dieselbe war. Aus den Ablesungen des Barometers, Psychrometers und Thermometers ergeben sich folgende drei Werthe:

- Sept. 8.  $M' = 5,80$  Grm. für das lange Pendel,  
 „ 25.  $M' = 5,75$  „ „ „ mittlere „ ,  
 „ 28.  $M' = 5,73$  „ „ „ kurze „ .

Aus diesen drei Werthen erhielt ich zunächst drei Werthe von  $k'$ , aus diesen diejenigen von  $\nu$ , welche ich nicht allein zum Zwecke dieser Rechnung, sondern auch für die im vorigen Abschnitt benutzten Werthe von  $k$  berechnete. Endlich fand ich aus der Beobachtung

- des langen Pendels  $\eta = 0,000232$ ,  
 „ mittleren „  $\eta = 0,000233$ ,  
 „ kurzen „  $\eta = 0,000184$ ,

bezogen, wie oben, auf Centimeter und Secunden.

Der Mittelwerth dieser Zahlen

$$\eta = 0,000216$$

ist in ziemlicher Uebereinstimmung mit denjenigen Bestimmungen, welche Maxwell <sup>1)</sup> und ich <sup>2)</sup> nach einer Methode

1) *Phil. Transact. f.* 1866. Vol. 156, p. 249.

2) Diese noch nicht publicirten Beobachtungen erscheinen in meiner dritten Abhandlung über die innere Reibung der Gase in diesen Annalen.

Maxwell's ausgeführt haben. Aus der von Maxwell aufgestellten Formel

$$\eta = 0,0001878 (1 + 0,00365 \cdot \vartheta)$$

ergibt sich für die mittlere Temperatur  $\vartheta = 18^{\circ} \text{C.}$ , in der sich die Kugel bei meinen Versuchen befand,

$$\eta = 0,000200.$$

Alle anderen Bestimmungen haben theils erheblich grössere, theils viel kleinere Werthe geliefert; und es lassen sich gegen alle diese andern Methoden Einwendungen von Gewicht erheben. Es kann also, zumal nach dieser Bestätigung, kein Zweifel bestehen, dass die nach der Maxwell'schen Methode bestimmten Werthe des Reibungscoëfficienten der Luft die genauesten sind.

Ich habe deshalb unter Voraussetzung der Richtigkeit des Werthes

$$\eta = 0,000200$$

für meine drei Beobachtungsreihen neue Formeln von derselben Gestalt wie die früheren berechnet. Der Werth von  $\lambda$  ist durch den von  $\eta$  gegeben; es blieben also nur zwei Constanten,  $\beta$  und  $C$  zu bestimmen; diese habe ich nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet und dadurch folgende Formeln erhalten:

erstens für das lange Pendel

$$\log\left(\frac{1}{q_n} + 0,014239\right) = 8,50253 - 10 + n \cdot 0,01810;$$

zweitens für das mittlere Pendel

$$\log\left(\frac{1}{q_n} + 0,011347\right) = 8,46042 - 10 + n \cdot 0,01987;$$

endlich für das kurze Pendel

$$\log\left(\frac{1}{q_n} + 0,007662\right) = 8,41157 - 10 + n \cdot 0,02367.$$

Eine Vergleichung der nach diesen Formeln berechneten Amplituden mit den beobachteten enthält folgende Tabelle.

Tabelle 9.

n	Langes Pendel			Mittleres Pendel			Kurzes Pendel		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
0	56,75	56,92	-0,17	55,89	57,08	-1,19	55,45	55,14	+0,31
1	52,64	52,85	-0,21	51,95	52,99	-1,04	51,33	51,07	+0,26
2	49,32	49,18	+0,14	49,02	49,29	-0,27	47,71	47,38	+0,33
3	45,50	45,86	-0,36	45,70	45,94	-0,24	44,39	44,02	+0,37
4	42,73	42,85	-0,12	42,98	42,88	+0,10	40,95	40,95	0
5	39,91	40,10	-0,19	40,00	40,09	-0,09	38,33	38,14	+0,19
6	37,35	37,59	-0,24	37,63	37,54	+0,09	35,39	35,57	-0,18
7	35,34	35,28	+0,06	35,41	35,19	+0,22	33,17	33,20	-0,03
8	33,21	33,16	+0,05	33,07	33,02	+0,05	30,99	31,02	-0,03
9	31,13	31,21	-0,08	31,15	31,03	+0,12	29,00	29,01	-0,01
10	29,34	29,40	-0,06	29,38	29,18	+0,20	26,95	27,15	-0,20
11	27,71	27,73	-0,02	27,53	27,47	+0,06	25,31	25,43	-0,12
12	26,18	26,17	+0,01	26,05	25,88	+0,17	23,87	23,84	+0,03
13	24,64	24,73	-0,09	24,51	24,40	+0,11	22,21	22,36	-0,15
14	23,41	23,38	+0,03	23,11	23,02	+0,09	20,86	20,98	-0,12
15	22,32	22,13	+0,19	21,82	21,74	+0,08	19,71	19,70	+0,01
16	21,02	20,95	+0,07	20,67	20,54	+0,13	18,44	18,50	-0,06
17	19,86	19,86	0	19,41	19,42	-0,01	17,48	17,39	+0,09
18	19,02	18,83	+0,19	18,31	18,37	-0,06	16,41	16,35	+0,06
19	17,84	17,86	-0,02	17,40	17,39	+0,01	15,44	15,38	+0,06
20	17,10	16,96	+0,14	16,49	16,47	+0,02			
21	16,14	16,11	+0,03	15,46	15,60	-0,04			
22	15,37	15,31	+0,06	14,75	14,78	-0,03			
23	14,60	14,55	+0,05						
24	13,58	13,84	-0,26						

Die Uebereinstimmung der ersten Reihe ist besser als nach der früheren Rechnung, der zweiten schlechter, der dritten ebenso gut; im Ganzen stimmen also die neuen Formeln ebenso gut mit den Beobachtungen überein, wie die alten.

Die neue Berechnung läßt jetzt auch das Gesetz erkennen, nach welchem die zweite Constante  $\beta$  der Formel sich mit der Schwingungszeit verändert. Dieselbe ist ziemlich genau der Schwingungszeit proportional. Es ist gefunden worden

	langes Pendel	mittl. Pendel	kurzes Pendel
Constante $\beta$	0,01424	0,01135	0,00766
Schwingungszeit $T$	3",8450	3,1122	2,1531
$\frac{\beta}{T}$	0,00370	0,00365	0,00354.

Ueber die Bedeutung dieser Constante  $\beta$  giebt die von Stokes und mir entwickelte Reibungs-Theorie, welche

nur die erste Potenz der Geschwindigkeiten berücksichtigt, keine Auskunft. Die Gröſſe  $\beta$  enthält also die Widerstandskräfte, welche von den höheren, besonders von der zweiten Potenz der Geschwindigkeiten abhängen.

Bei diesem Mangel einer strengen analytischen Theorie bleibt nichts übrig, als eine Theorie zu Hülfe zu ziehen, welche auf weniger tief eindringenden, aber annäherungsweise zulässigen Vorstellungen beruht. Im ersten Abschnitte dieser Abhandlung wurde bereits erwähnt, dafs es zwar keine eigentliche Widerstandskraft der Flüssigkeiten und der Luft giebt, dafs aber der Ausdruck Widerstand dennoch berechtigt ist, wenn man damit den Verlust an Geschwindigkeit bezeichnet, den ein bewegter Körper erleidet. Dieser Verlust ist eine Function der Geschwindigkeit, welche sich, wenn die Geschwindigkeit des Körpers gering ist, in eine nach aufsteigenden Potenzen derselben fortschreitende Reihe, welche mit der ersten Potenz beginnt, entwickeln lassen wird. Angenähert kann man diese Reihe auf ihre zwei ersten Glieder beschränken.

So kommt man für eine Pendel-Kugel zu der Differential-Gleichung

$$0 = Ml \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + Mg \sin \vartheta + cl \frac{d\vartheta}{dt} - c' l^2 \left( \frac{d\vartheta}{dt} \right)^2,$$

welche den Winkel  $\vartheta$ , um den das Pendel zur Zeit  $t$  aus der Gleichgewichtslage abgelenkt ist, als Function von  $t$  bestimmt.  $M$  ist wie bisher die Masse der Kugel,  $l$  die Pendellänge,  $g$  die Schwere,  $c$  und  $c'$  Constanten. Diese Differentialgleichung ist von Gronau in dem citirten Programme aufgelöst worden. Die Auflösung stimmt mit der bereits benutzten Formel überein. In derselben hat  $\beta$  die Bedeutung

$$\beta = \frac{8c'l}{3cT};$$

es ist aber die Schwingungsdauer  $T$  durch die Gleichung

$$gT^2 = \pi^2 l$$

bestimmt; also ist auch

$$\beta = \frac{8 e' g T}{3 \pi^2 c}$$

d. h. die Constante  $\beta$  ist nach dieser angenäherten Theorie der Schwingungszeit proportional. Die Theorie befindet sich also mit der Beobachtung in Uebereinstimmung.

Die Theorie ist entwickelt ohne Rücksicht auf den Widerstand, den der Pendelfaden von der Luft erleidet. Würde dieser berücksichtigt worden seyn, so hätte sich eine andere Art der Abhängigkeit ergeben, in welcher  $\beta$  von  $l$ , folglich von  $T$  steht. Daraus folgt, daß der Widerstand des Pendelfadens trotz der Länge desselben gegen denjenigen, den die Kugel erleidet, verschwindend klein ist. So wird also schließlicb gerechtfertigt, daß an keiner Stelle dieser Abhandlung auf den Widerstand des Fadens Rücksicht genommen worden ist.

---

Fassen wir das Ergebniss unserer Untersuchung zusammen, so ist das im Eingange erwähnte Ziel erreicht. Durch dieselbe Theorie und durch dieselben numerischen Werthe der in die Rechnung eingehenden Constanten ist sowohl die von Bessel gemessene Vergrößerung der Schwingungsdauer eines Pendels in der Luft, als auch die allmähliche Abnahme seiner Schwingungsweite erklärt worden.

Breslau den 4. März 1871.

---

## II. Ueber die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken; von F. Zöllner.

(Aus d. Berichten d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wiss. 1870; vom Hrn. Verf. übersandt.)

---

Es ist mehrfach versucht worden, die merkwürdige Thatsache der Periodicität in der Häufigkeit und Entwicklung der Sonnenflecken durch extrasolare Einflüsse zu erklären,

unter denen die Einwirkung gewisser Planeten-Constellationen die bekannteste Hypothese ist.

Ein Versuch, jene Periodicität aus der Natur und physischen Beschaffenheit der Sonnenoberfläche auf Grund bekannter physikalischer Gesetze zu erklären, ist meines Wissens noch nicht gemacht worden, obschon unsere gegenwärtigen Kenntnisse, wie ich in Folgendem zu zeigen hoffe, ausreichend sind, um einen derartigen Versuch zu rechtfertigen.

Nach der von mir vertheidigten Ansicht über die Natur der Sonnenflecken sind dieselben schlackenartige Producte <sup>1)</sup> localer Abkühlungen auf der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche. Durch den unzweifelhaft eruptiven Charakter einer großen Anzahl von Protuberanzgebilden wird die Annahme einer tropfbarflüssigen Oberfläche des Sonnenkörpers wesentlich gestützt, wenn nicht notwendig gefordert, wie ich dies in einer früheren Abhandlung »über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne« <sup>2)</sup> ausführlicher erörtert habe. Ueber dieser glühenden Flüssigkeit lagert eine glühende Atmosphäre, die einen Theil der die Flüssigkeit constituirenden Stoffe im gas- oder dampfförmigen Zustande enthält.

Die Beschaffenheit dieser Atmosphäre muß die Intensität der Wärmeausstrahlung der von ihr eingehüllten Sonnenoberfläche in ähnlicher Weise beeinflussen, wie die Beschaffenheit der irdischen Atmosphäre die Wärmeausstrahlung der erwärmten Erdoberfläche beeinflusst. Ist nämlich die Atmosphäre unserer Erde *ruhig und wolkenfrei*, so ist die durch nächtliche Ausstrahlung erzeugte Temperaturerniedrigung am stärksten und als Resultate dieser Ausstrahlung bilden sich je nach der Temperatur Thau oder Reif.

In analoger Weise muß die Temperaturerniedrigung der

1) *Emile Gautier, de la constitution du Soleil. Archives de Genève T. XVIII, p. 209. T. XIX, p. 265. T. XXIV, p. 21, 1869. Août.*

2) *Berichte der königl. sächs. Gesellschaft d. W. Sitzung vom 2. Juni 1870, S. 103 ff.*

glühendflüssigen Sonnenoberfläche durch Ausstrahlung an denjenigen Stellen am bedeutendsten seyn, wo die darüber befindliche Atmosphäre möglichst *ruhig* und *klar* ist. An solchen Stellen wird sich die eingetretene Temperaturerniedrigung bei hinreichender Grösse auch durch eine Verminderung der Leuchtkraft bemerkbar machen und hierdurch einem entfernten Beobachter die Erscheinung eines dunklen Fleckes darbieten müssen.

Sind nun aber durch diesen Vorgang, der sich offenbar unter den erwähnten Bedingungen an verschiedenen Stellen *gleichzeitig* vollziehen kann, Temperaturverschiedenheiten auf der flüssigen Sonnenoberfläche eingetreten, so müssen sich dieselben, theils durch veränderte Ausstrahlung, theils durch Berührung und Leitung der darüber lagernden Atmosphäre mittheilen und hierdurch in derselben nothwendig Gleichgewichtsstörungen hervorrufen.

Wie diese Störungen an den Grenzen der Sonnenflecken die Form von Wirbelwinden annehmen — nach Analogie unserer Land- und Seewinde — und hierdurch zur Bildung von wolkenartigen Condensationerscheinungen Veranlassung geben, welche in einer gewissen Höhe die Küsten jener Schlackeninseln umkränzen und uns als Penumbren erscheinen, habe ich bereits im vergangenen Jahre an einem anderen Orte entwickelt<sup>1)</sup>. Für die vorliegenden Betrachtungen ist es nur nothwendig zu berücksichtigen, daß die in der beschriebenen Weise erzeugten Bewegungen in der Sonnenatmosphäre gerade diejenigen Bedingungen wieder aufheben, welche oben zu einer möglichst starken Temperaturerniedrigung durch Ausstrahlung als nothwendig erkannt wurden: nämlich die *Ruhe* und *Klarheit* der Atmosphäre.

Die Ausstrahlung und die durch sie vermittelte Temperaturerniedrigung wird also beim Beginn der erwähnten Bewegungen durch Trübungen der Atmosphäre gehemmt und die abgekühlten Stellen können sich unter dem Einflusse dieser Hemmung allmählich wieder erwärmen, theils

1) Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft, IV, S. 172 ff.



durch Berührung mit den darunter befindlichen heifseren Theilen der glühenden Flüssigkeit, theils von oben durch Berührung mit den von heifseren Stellen herbeiströmenden Gasmassen. Haben sich durch diesen Proceß die durch Ausstrahlung entstandenen Temperaturdifferenzen wieder ausgeglichen, so sind hierdurch auch die Sonnenflecken aufgelöst worden und es tritt in der Atmosphäre allmählich wieder jener ursprüngliche Gleichgewichtszustand ein, der von Neuem diejenigen Bedingungen herstellt, welche eine Wiederholung des geschilderten Vorganges herbeiführen können.

Es folgt aus dieser Betrachtung, dafs jeder einzelne Sonnenfleck den Bedingungen seiner Bildung und Auflösung gemäß nothwendig den Charakter eines *Intermittenzphänomens* trägt; aber sowohl der Eintritt wie die Dauer dieses Phänomens müssen mit Berücksichtigung der mannigfachen *Complication meteorologischer Processe* zunächst als vollkommen zufällig angesehen werden. Je gröfser im Allgemeinen die Verbreitungsbezirke der zur Fleckenentwicklung günstigen Bedingungen, also der atmosphärischen *Ruhe* und *Klarheit*, sind, desto gröfser müssen auch die durch Ausstrahlung abgekühlten Stellen, nämlich die Sonnenflecke seyn.

Da die Auflösung eines Fleckes nach der entwickelten Theorie *wesentlich* durch eine Ausgleichung der vorhandenen Temperaturdifferenzen bedingt ist, und diese Ausgleichung bei gegebener Leitungsfähigkeit und Beweglichkeit der sich berührenden Stoffe desto schneller vollendet seyn mufs, je kleiner die Ausdehnung der abgekühlten und wieder zu erwärmenden Masse ist, so mufs die Dauer eines Fleckes aufs Engste mit seiner Gröfse zusammenhängen. Ebenso nothwendig ist es, dafs die Verbreitungsbezirke der Störungen, welche durch die Anwesenheit eines Fleckes erzeugt werden, um so gröfsere Dimensionen annehmen und sich in um so gröfserer Entfernung von dem eigentlichen Sitze der störenden Ursache, nämlich dem betreffenden



Flecke, bemerklich machen, je größere Ausdehnung der Letztere hat.

Es folgt hieraus, dafs in der Umgebung eines grofsen und vollständig entwickelten Fleckes im Allgemeinen die Bedingungen zur Bildung anderer Flecke ungünstig sind, indem durch die vorhandenen Bewegungen der Atmosphäre einerseits die durch Ausstrahlung abgekühlten Stellen wieder mit anderen, wärmeren Theilen der Atmosphäre in Berührung kommen, andererseits diese Bewegungen Veranlassung zur Mischung verschieden warmer Theile der Atmosphäre untereinander geben und dadurch Condensationsercheinungen erzeugen, welche die Durchstrahlbarkeit der Atmosphäre in dem betrachteten Bezirke vermindern müssen.

Man kann demgemäfs auf Grund der entwickelten Theorie allgemein den folgenden Satz aufstellen:

*Ein Sonnenfleck übt innerhalb einer gewissen, von seiner Gröfse abhängigen Entfernung, eine derartige Wirkung auf seine Umgebung aus, dafs innerhalb dieses Bezirkes die fernere Bildung von Flecken verhindert oder erschwert wird.*

Untersucht man ebenso die Bedingungen der Coëxistenz derjenigen Zustände der Sonnenatmosphäre, welche nach unserer Theorie die Bildung von Flecken begünstigen müssen — nämlich die Zustände der *Ruhe* und *Klarheit* — so zeigt eine einfache Betrachtung, dafs diese Zustände, wenn sie an einer bestimmten Stelle *längere Zeit* hindurch wirksam seyn sollen, — wie diefs zur Erzeugung einer genügenden Temperaturerniedrigung erforderlich ist — auch nothwendig eine allgemeinere Verbreitung haben müssen.

*Qualitativ* walten hier ganz ähnliche Verhältnisse wie in unserer irdischen Atmosphäre ob; auch hier sind Zustände von *längerer* Dauer an einem bestimmten Orte nur möglich, wenn der Verbreitungsbezirk der sie bedingenden Ursachen eine größere und allgemeinere Ausdehnung in der Atmosphäre hat.

Wenn wir daher an einer bestimmten Stelle der Sonnenoberfläche das Entstehen eines Fleckes beobachten und hieraus auf einen an dieser Stelle *vor* der Entstehung län-

gere Zeit hindurch wirksam gewesenem Zustand relativer Ruhe und Klarheit der Atmosphäre schließeln müssen, so wird dieser Zustand nach den soeben angestellten Betrachtungen nicht nur auf die vom Flecke eingenommene Stelle beschränkt gewesen seyn, sondern auch noch innerhalb einer gewissen Entfernung in der Umgebung dieser Stelle vorausgesetzt werden müssen. Es werden folglich innerhalb dieses Verbreitungsbezirkes die Bedingungen zur *gleichzeitigen* Entstehung anderer Flecken günstiger und daher die Bildung der letzteren wahrscheinlicher als an entfernteren Stellen seyn, so dafs man allgemein den folgenden Satz aussprechen kann:

*Diejenigen Zustände der Sonnenatmosphäre, welche an einer bestimmten Stelle die Bildung eines Fleckes bedingen, besitzen im Allgemeinen eine gröfsere Ausdehnung als der sich entwickelnde Fleck, so dafs innerhalb des Verbreitungsbezirkes dieser günstigen Bedingungen die gleichzeitige Entstehung noch anderer Flecke wahrscheinlicher als an anderen Stellen ist.*

Durch diesen Umstand erklärt sich vielleicht ganz ungewungen das *Auftreten der Flecken in Gruppen*; denn die Gröfse der einzelnen Flecke hängt offenbar nicht nur von der Gröfse der die Ausstrahlung vermittelnden klaren Stellen der Atmosphäre ab, sondern, ähnlich wie die Gröfse unserer Eisschollen, auch von den Cohäsionsverhältnissen der Abkühlungsproducte und der Ruhe der Flüssigkeit, auf welcher dieselben schwimmen.

Die in beiden Sätzen enthaltenen Resultate lassen sich kürzer dahin aussprechen, dafs in der Sonnenatmosphäre innerhalb einer gewissen Ausdehnung *gleichartige Zustände sich begünstigen, ungleichartige sich hemmen oder ausschließen*. Hierdurch entsteht innerhalb der betrachteten Gränzen eine *Tendenz zur Coëxistenz gleichartiger Zustände*.

Solange diese Tendenz nur auf verhältnismäfsig geringe Entfernungen von den betreffenden Stellen beschränkt bleibt, wie diels bei den bisherigen Betrachtungen vorausgesetzt wurde, mufs jede einzelne Fleckengruppe als eine vollkom-

men isolirte, von anderen Gruppen getrennte Erscheinung angesehen werden, deren Ort, Entstehung und Dauer gegenüber anderen Flecken durch relativ zufällige Umstände bedingt sind. Unter dieser Voraussetzung müßte daher die durchschnittliche Zahl und Gröfse der *gleichzeitig* auf der *ganzen* Sonnenoberfläche vorhandenen Flecken, nach Analogie eines meteorologischen oder statistischen Mittels, eine Constante seyn, welche, wie alle derartige Constanten, durchschnittlich nur als ein besonderer Ausdruck für die innerhalb gewisser Gränzen als constant wirkenden mittleren Zustände der betrachteten Aggregate von Einzelercheinungen aufzufassen ist. Abstrahirt man im vorliegenden Falle von dem numerischen Werthe dieser Constanten, nämlich der durchschnittlichen Zahl und Gröfse der Sonnenflecken, und untersucht nur diejenigen Umstände, von welchen ihre Eigenschaft eine *Constante* zu seyn, abhängt, so sind bei *Ausschluss extrasolarer Einflüsse* im Wesentlichen nur zwei Ursachen denkbar, durch welche sich jener Werth in eine mit der Zeit veränderliche Gröfse verwandelt, nämlich:

- 1) eine Aenderung der mittleren Temperatur der Sonne,
- 2) eine gegenseitige Abhängigkeit der einzelnen Flecken bezüglich ihrer Entstehung, Dauer und Gröfse.

Beide Ursachen können getrennt oder gemeinsam wirken; es mögen jedoch zunächst die Wirkungen jeder Ursache für sich unter Ausschluss der anderen näher betrachtet werden.

In Betreff der ersten Ursache ist ohne Weiteres klar, dafs, wenn die Sonnenflecken Abkühlungsproducte sind, ihre durchschnittliche Zahl und Gröfse ein bestimmter Ausdruck für das Abkühlungsstadium der Sonne seyn mufs, da alle anderen Eigenschaften der letzteren — ihre Masse und relative Quantität der chemischen Bestandtheile — unverändert bleiben. Mit Abnahme der Temperatur würde dann die durchschnittliche Menge der Abkühlungsproducte *continuirlich* bis zur Verdunkelung der ganzen Sonnenoberfläche wachsen, im entgegengesetzten Falle bis zum vollständigen Verschwinden der Flecken abnehmen müssen.

Die zweite Ursache, wie sie auch beschaffen seyn mag, hebt diejenige Bedingung der einzelnen Fleckerscheinungen auf, vermöge welcher sie bezüglich ihrer Entstehung, Dauer und Gröfse als relativ zufällige Erscheinungen zu betrachten sind. Nur unter dieser Voraussetzung kann aber den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit gemäß der Mittelwerth jener Gröfsen eine Constante seyn. Folglich muß unter Einwirkung der zweiten Ursache jener Mittelwerth ebenfalls in eine mit der Zeit veränderliche Gröfse verwandelt werden.

Ueber die besondere Beschaffenheit dieser Veränderlichkeit sind aber nur drei Annahmen möglich, nämlich:

- 1) der betrachtete Mittelwerth wächst continuirlich;
- 2) derselbe nimmt continuirlich ab;
- 3) derselbe oscillirt zwischen Maximis und Minimis.

Die beiden ersten Fälle würden unter der oben gemachten Voraussetzung über die Bedeutung der durchschnittlichen Zahl und Gröfse der Flecken lediglich die Folge einer Aenderung des mittleren Temperaturzustandes der Sonne und zwar beziehungsweise einer Ab- oder Zunahme dieses Zustandes seyn können. Nimmt man daher unserer Voraussetzung gemäß für die betrachteten Zeiträume jene Aenderungen der mittleren Temperatur der Sonne als verschwindend an, so bleibt für die allgemeine Beschaffenheit der Veränderung des fraglichen Mittelwerthes nur die dritte Möglichkeit übrig, nämlich der Charakter einer *oscillirenden Function*.

Die Dauer der einzelnen Oscillationen hängt wesentlich von denjenigen Ursachen und Bedingungen ab, vermöge welcher sie entstehen. Sind daher diese Umstände längere Zeit hindurch constant, so muß auch die Dauer der durch sie bedingten Oscillationen constant seyn und hierdurch die durchschnittliche Zahl und Gröfse der betrachteten Erscheinungen in eine *periodische Function* der Zeit verwandelt werden.

Um auf Grund der hier entwickelten Sätze die Periodicität in der Häufigkeit und Gröfse der Sonnenflecken zu erklären, ist es, wie man sieht, nur erforderlich, eine der-

artige Beziehung zwischen den einzelnen Sonnenflecken annehmen, wie sie die zweite der betrachteten Ursachen verlangt. Zu diesem Zwecke bedarf es aber nur einer räumlich hinreichend großen Ausdehnung der bereits oben für einzelne Bezirke der Sonnenatmosphäre abgeleiteten *Tendenz zur Coëxistenz gleichartiger Zustände*. Eine solche allgemeinere Ausdehnung der Gleichgewichtsstörungen in der Atmosphäre der Sonne ist nun nicht nur wahrscheinlich, sondern wird, wie ich glaube, durch zahlreiche Beobachtungen bestätigt, welche zeigen, daß sich um die Zeit der Maxima der Flecken auf der *ganzen* Oberfläche der Sonne große Umwälzungen vollziehen, die sich unter Anderem auch in der Bildung und Beweglichkeit der sogenannten Fackeln manifestiren <sup>1)</sup>. Es würde unter dieser Voraussetzung der Uebergang von einem Maximum zu einem Minimum der Sonnenflecken nichts anderes, als ein großer, in der ganzen Sonnenatmosphäre gleichzeitig stattfindender Ausgleichungsproceß von Druck und Temperaturdifferenzen seyn, die sich nach eingetretener Ruhe und Klarheit der Atmosphäre in Folge der hierdurch begünstigten Ausstrahlung von Neuem erzeugen und so die Wiederholung des ganzen Processes bedingen.

Die Dauer eines solchen Ausgleichungsprocesses wird bei durchschnittlich constanter Größe der auszugleichenden Differenzen, im Wesentlichen von drei Umständen abhängen: nämlich von der *Leitungsfähigkeit*, *Beweglichkeit* und *Masse* derjenigen Körper, an welchen sich der Proceß vollzieht.

Im vorliegenden Falle würde offenbar die Auflösung der Flecken um so schneller von Statten gehen, je größer die *Leitungsfähigkeit* der die Flecken bildenden Abkühlungsproducte und je größer die *Beweglichkeit* der über diesen Producten lagernden Atmosphäre ist. Der Zustand atmosphärischer Ruhe und Klarheit, der nach *vollendeter* Auflösung die Bedingung zur Entstehung neuer Flecken ist,

1) H. Wolf, Vierteljahrsschrift der Naturf. Ges. zu Zürich. Jahrg. XIII Heft 2, S. 118.

wird desto früher wieder eintreten, je kleiner die *Masse* der bewegten Luftmengen ist. Diese Masse würde aber im betrachteten Falle durch diejenige der gesammten Sonnenatmosphäre repräsentirt werden und daher constant seyn müssen ebenso wie diese Constanz des mittleren Werthes für die beiden anderen Größen, der *Leitungsfähigkeit*, und *Beweglichkeit* bei Berücksichtigung der *ganzen* Sonnenoberfläche innerhalb langer Zeiträume vorhanden seyn wird. Wenn aber die wesentlichen Bedingungen einer Erscheinung constant sind, so müssen auch die wesentlichen der von ihnen bedingten Momente jener Erscheinung constant bleiben, und ein solches Moment ist im vorliegenden Falle die Zeit, welche zwischen einem Maximum und Minimum in der Zahl und Gröfse der Sonnenflecken verfließt. Andererseits ist ersichtlich, dafs im Laufe solcher Zeiträume in denen die Abnahme der mittleren Temperatur der Sonne einen merklichen Einfluss auf die erwähnten Eigenschaften ausübt, auch die Periodendauer solche Aenderungen erleiden mufs, welche bei fortdauernder Abkühlung continuirlich das Ende des ganzen Phänomens durch die schliessliche Incrustirung des ganzen Sonnenkörpers herbeizuführen geeignet sind <sup>1)</sup>.

Die bisherigen Betrachtungen erstreckten sich auf die Abhängigkeit der Anzahl und Gröfse der Sonnenflecken von der Zeit. Die Beobachtungen haben jedoch gezeigt, dafs eine solche Abhängigkeit auch bezüglich des *Ortes* stattfindet, indem sowohl in einer schmaleren Aequatorialzone als auch in höheren Breiten die Gröfse und Zahl der

- 1) Es mag in Kürze darauf hingewiesen werden, dafs das wesentliche Princip der vorstehend für die Periodicität der Sonnenflecken gegebenen Erklärung auch allgemeinere Geltung hat und auf alle solche Erscheinungen anwendbar ist, welche durch das Zusammenwirken einer gröfseren Anzahl von Einzelercheinungen erzeugt werden. Besitzen letztere einen oscillatorischen oder intermittirenden Charakter und sind durch eine Tendenz zur Coexistenz gleichartiger Zustände verbunden — wie z. B. mehrere auf ein und denselben Brette befestigte Uhren — so mufs im Allgemeinen das hieraus resultirende Summationsphänomen mit der Zeit einen periodischen Charakter annehmen.

Flecken eine geringere als an anderen Orten ist. Ich glaube, daß sich auch diese räumliche Vertheilung der Flecken auf Grund der entwickelten Theorie in folgender Weise erklären läßt.

Die einzige uns genauer bekannte Ursache, welche eine Verschiedenheit zwischen den einzelnen Punkten der Sonnenoberfläche nach Maßgabe ihrer heliographischen Breite bedingt, ist die Rotation des Sonnenkörpers. Durch diese Eigenschaft der Sonne werden jedoch nicht nur *phoronomische*, sondern auch *physische* Unterschiede zwischen den einzelnen Theilen ihrer Oberfläche erzeugt, indem dadurch die Intensität der Schwere in eine Function der heliographischen Breite verwandelt wird, welche am Aequator ein Minimum besitzt. Diese Unterschiede der Gravitation sind von wesentlichem Einfluß auf die *allgemeinen* Bewegungen und Strömungen der Sonnenatmosphäre.

Zur näheren Bestimmung dieses Einflusses denke man sich eine ruhende, von einer Atmosphäre umgebene feste Kugel, deren Oberfläche überall von gleicher Beschaffenheit ist und stets auf einer so hohen constanten Temperatur erhalten wird, daß fortdauernd eine constante Wärmeausstrahlung stattfindet. Unter diesen Voraussetzungen wird sich mit der Zeit ein bestimmter Gleichgewichtszustand in der Atmosphäre herstellen; die Temperatur derselben wird theils durch *Leitung*, theils durch *Strahlung* von der heißen Oberfläche in jeder concentrischen Schicht constant erhalten. Es ist hierbei bemerkenswerth, daß der Antheil, welchen beide Ursachen an der Erwärmung der Atmosphäre haben, von der Temperatur der Kugeloberfläche abhängt, indem die bei niedriger Temperatur ausgesandten, sogenannten dunklen Wärmestrahlen im Allgemeinen viel stärker als die bei hohen Temperaturen ausgesandten leuchtenden Wärmestrahlen von diathermanen Körpern absorbirt werden. Auf der Sonne wird demgemäß der Einfluß der Wärmeleitung auf die Temperatur der Atmosphäre im Vergleiche mit dem Einfluß der Strahlung ein relativ großer seyn.

Ein zweiter, und für die gegenwärtigen Betrachtungen



sehr wichtiger Umstand besteht darin, daß die durch *Leitung* in der Atmosphäre erzeugten Temperaturunterschiede nur mit einem *labilen* Gleichgewicht der übereinanderlagernden Luftschichten verträglich sind.

Um sich die Richtigkeit dieser Behauptung zu veranschaulichen, setze man bei der betrachteten Kugel an Stelle der Atmosphäre eine flüssige Umhüllung voraus, deren unterste Schicht durch Berührung mit der heißen Kugeloberfläche erwärmt, deren oberste durch Ausstrahlung abgekühlt wird. Die unteren Theile der Flüssigkeit haben alsdann vermöge ihres geringeren specifischen Gewichtes das Bestreben emporzusteigen. Da aber dieses Emporsteigen nur möglich ist, wenn an einer anderen Stelle *gleichzeitig* ein Herabsteigen stattfindet, so wird bei der an allen Stellen der Kugel vorausgesetzten, vollkommenen Gleichheit der Bedingungen kein Grund vorhanden seyn, weshalb an irgend einer Stelle dieses Auf- und Herabsteigen der Flüssigkeit eher stattfinden sollte als an einer anderen. Nach dem Satze vom zureichenden Grunde wird daher überhaupt keine Gleichgewichtsstörung stattfinden können, so lange nicht durch irgend eine, wenn auch noch so geringfügige Ursache, ein Unterschied zwischen zwei verschiedenen Punkten der Kugeloberfläche erzeugt wird. Nimmt man z. B. an, daß an irgend einer Stelle die Intensität der Schwere verändert wird, so muß das Gleichgewicht gestört werden und es wird nach dem Archimedes'schen Princip an den Stellen geringerer Schwere ein Emporsteigen an den anderen Stellen ein Herabsteigen der Flüssigkeit stattfinden müssen.

Bei einer rotirenden Kugel sind nun derartige Unterschiede als Function des Abstandes vom Aequator vorhanden, und da an den Punkten des Letzteren die Intensität der Schwere ein Minimum besitzt, so muß hier ein Emporsteigen der gleichmäfsig von unten erwärmten Flüssigkeits- oder Luftmassen stattfinden.

Die Geschwindigkeit des Emporsteigens und die Stärke der dadurch erzeugten Strömungen hängt wesentlich nur



von den Temperaturdifferenzen und den hierdurch bedingten Unterschieden des specifischen Gewichtes der bewegten Massen ab. Die Gröfse der Rotation spielt hierbei nur eine untergeordnete Rolle, indem in dem oben betrachteten Beispiele offenbar schon die langsamste Rotation genügen würde, um bei der grofsen Verschiebbarkeit der einzelnen Flüssigkeitstheilchen eine Störung des labilen Gleichgewichtes in dem erwähnten Sinne herbeizuführen.

Die Bewegungen, welche auf diese Weise in den flüssigen Umbüllungen einer von Innen erwärmten Kugel erzeugt werden, üben nun aber eine leicht ersichtliche Rückwirkung auf die Temperaturvertheilung der Kugeloberfläche selber aus. In den höheren Breiten sinken die zu beiden Seiten des Aequators abfließenden *oberen* Ströme herab, nachdem sie auf diesem Wege einen Theil ihrer Wärme durch Strahlung verloren haben, welcher ihnen auf ihrem *unteren* Wege zum Aequator durch Berührung mit der heifsen Oberfläche durch Leitung mitgetheilt wurde. Die polaren Regionen der rotirenden Kugel werden folglich stets von kühleren Theilen der strömenden Flüssigkeitsmassen bespült als die Aequatorialzonen, welche vorwiegend mit den auf ihrem Wege von den Polen bereits erwärmten *unteren* Strömungen in Berührung kommen. *Hierdurch mufs die Temperatur der Aequatorialzone erhöht, die der Polarzonen erniedrigt werden und auf diese Weise eine Temperaturvertheilung entstehen, welche für sich allein auch bei einer nicht rotirenden Kugel die angedeuteten Strömungen in demselben Sinne erzeugen müfste* <sup>1)</sup>.

- 1) Secchi hat mit Hülfe thermoskopischer Beobachtungen die Temperaturvertheilung auf der Sonnenoberfläche untersucht und gelangt durch Discussion seiner Beobachtungen zu folgenden, mit obigen Resultaten übereinstimmenden Ergebnissen: *«Les régions équatoriales sont à une température plus élevée que les régions situées au de là du 30° degré de latitude et la différence est au moins de  $\frac{1}{16}$ »*.

Vgl. Secchi, *le Soleil*. Paris (1870) p. 133. Ausserdem *Nuova ricerca sulla distribuzione del calore alla superficie solare* (Tortolini, *Ann. sc. mat. e. fis.* IV. 1853).

Untersuchen wir jetzt den Einfluss, welchen diese Strömungen auf die atmosphärischen Condensationerscheinungen ausüben, so ist zunächst als *allgemeine* Bedingung der letzteren die Temperaturerniedrigung bestimmter Theile der Atmosphäre hervorzuheben. Solche Temperaturerniedrigungen können in Folge der erwähnten Strömungen in doppelter Weise stattfinden, nämlich einerseits durch den aufsteigenden Luftstrom am Aequator, anderseits durch die Mischung der äquatorialen und polaren Strömungen in höheren Breiten. Im ersten Falle werden die emporsteigenden Luftmassen dem Einflusse der Wärmeleitung an der Oberfläche entzogen und erleiden ausserdem durch ihre Ausdehnung beim Emporsteigen in höhere Regionen der Atmosphäre eine Abkühlung, in Folge deren sich ein Theil ihrer gasförmigen Stoffe in Gestalt von Wolken ausscheiden muss. Diese Wolken brauchen indessen durchaus nicht eine so niedrige Temperatur zu besitzen, dass sie uns als dunkle Stellen erscheinen, vielmehr können sie mit Berücksichtigung der hohen Temperatur der Sonne nur aus Stoffen in glühendem Zustande bestehen, so dass sich derartige Condensationerscheinungen auf der leuchtenden Sonnenscheibe nur wenig oder gar nicht bemerklich machen werden. Dagegen halte ich es für wahrscheinlich, dass wir bei den noch warmen, grossen Planeten Jupiter und Saturn in den hellen Aequatorialstreifen die durch die Sonne beleuchteten Wasserdampfwolken des dort aufsteigenden Luftstromes beobachten.

Wir haben folglich in der Aequatorialzone und in den Regionen höherer Breiten auf der Sonnenoberfläche Gebiete vorwiegender atmosphärischer Trübungen, wogegen zwischen beiden Gebieten, analog den irdischen Passatzonen, die Orte relativer Klarheit liegen. Die Bedingungen zur Wärmeausstrahlung der *glühendflüssigen Oberfläche* müssen demgemäss an diesen Stellen im Durchschnitt günstiger als an anderen seyn und folglich auch die Entwicklung der Sonnenflecken, als Resultate dieser Ausstrahlung, hier begünstigen.

Die bisher betrachteten Gleichgewichtsstörungen der Son-

nenatmosphäre, durch welche ihr die Bedingungen einer möglichst vollkommenen Durchstrahlbarkeit geraubt wurden, waren wesentlich durch Temperaturdifferenzen erzeugt. Seitdem jedoch das Spectroskop die beständige Anwesenheit zahlreicher und gewaltiger Eruptionen von glühenden Wasserstoffmassen aus dem Innern der Sonne erwiesen hat, müssen offenbar auch diese Eruptionen als eine Quelle von localen Gleichgewichtsstörungen der Atmosphäre angesehen werden. Sollten daher fortgesetzte und genügend zahlreiche Beobachtungen eine Abhängigkeit der Häufigkeit und Stärke dieser Eruptionen von ihrer heliographischen Breite ergeben, wie dies durch die Beobachtungen Respighi's bereits angedeutet zu seyn scheint, so könnte sich zwischen der Häufigkeit der Flecken und der eruptiven Protuberanzen bezüglich ihrer räumlichen Vertheilung ein gewisser Gegensatz herausstellen <sup>1)</sup>, soweit derselbe nicht durch die bereits angeführten Ursachen einer verminderten Wärmeausstrahlung ausgeschlossen ist.

Die Resultate der vorstehenden Abhandlung lassen sich also kurz in folgenden Worten zusammenfassen:

*Die Sonnenflecke sind schlackenartige, durch Wärmeausstrahlung auf der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche entstandene Abkühlungsproducte, welche sich in Folge der durch sie selber in der Atmosphäre erzeugten Gleichgewichtsstörungen wieder auflösen. Sind diese Störungen nicht nur locale, sondern allgemeiner verbreitete, so ist in Zeiten solcher allgemeiner atmosphärischer Bewegungen die Bildung neuer Flecken wenig begünstigt, weil alsdann der Oberfläche die wesentlichsten Bedingungen zu einer starken Temperaturerniedrigung durch Ausstrahlung fehlen, nämlich die Ruhe und Klarheit der Atmosphäre. Erst wenn die Letztere nach Auflösung der Flecken allmählich wieder zur Ruhe gekommen ist, beginnt der Proceß von Neuem und erhält auf diese Weise, bei den durchschnittlich für lange Zeiträume als con-*

1) Respighi, *Osservazioni del bordo e delle protuberanze etc.* *Bullettino meteorologico.* Roma 28. Febr. 1870.

stant zu betrachtenden mittleren Verhältnissen der Sonnenoberfläche, einen periodischen Charakter. Die räumliche Vertheilung der Flecken muß nach dieser Theorie durch die Zonen größter atmosphärischer Klarheit bedingt seyn, welche, wie gezeigt, im Allgemeinen mit den Zonen größter Häufigkeit der Flecken zusammenfallen.

---

### III. Ueber die Bildung elektrischer Ringfiguren durch den Strom der Influenzmaschine;

von Julius Peterin,

Professor an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Aus d. Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wiss. 1870; von Hrn. Verf. übersandt.)

---

**R**iefs hat zuerst die charakteristische Formverschiedenheit der schon seit dem Jahre 1768 unter dem Namen der Priestley'schen Ringe bekannten elektrischen Figuren je nach der Richtung des sie bildenden Funkenstromes nachgewiesen <sup>1)</sup> und dadurch das Interesse, das bis dahin allein den Staubfiguren eben wegen ihrer Formverschiedenheit zugewendet war, auch auf die elektrischen Ringfiguren ausgedehnt. — Riefs's Untersuchungen wurden mit der Leydner Flasche, mit der Elektrisirmaschine und mit dem elektromagnetischen Inductionsapparate ausgeführt.

Ich habe die Herbstferien dieses Jahres dazu benutzt, um die Versuche Riefs's mittelst einer Holtz'schen Influenzmaschine erster Art im physikalischen Cabinete der k. k. Marine-Akademie in Fiume zu wiederholen, und dabei Resultate erhalten, die selbstverständlich jenen, welche Riefs mit dem Inductionsapparate erzielte, ähnlich sind.

1) Pogg. Ann. Bd. CXIV, II. Stück.

Einzelne Modificationen jedoch in der Bildung und Gröfse der elektrischen Ringfiguren, die theils in der von mir angewandten Elektrizitätsquelle, theils in den langen Funken, mit welchen ich experimentirte, ihren Grund haben, sollen hier angegeben und näher beschrieben werden.

### §. 1.

Die elektrischen Ringfiguren lassen sich an der Holtz'schen Influenzmaschine unmittelbar ohne Anwendung eines besonderen Apparates darstellen. Zu diesem Zwecke werden die beiden Kugelelektroden sowie die obersten Koppeln der verticalen Messingcylinder der Influenzmaschine blank polirt, und die unteren Theile der beiden Messingcylinder durch einen kurzen Kupferdraht in metallische Verbindung gebracht. Nach Erregung der Influenzmaschine nähert man die beiden Kugelelektroden den Messingcylindern auf eine Distanz von 1 bis 2 Millimetern. Schon nach einer kurzen Dauer des Funkenstromes entstehen sowohl an den beiden Elektrodenkugeln als an den beiden Messingcylindern ausgebildete Ringfiguren und zwar die *positive* an der positiven Elektrodenkugel und an dem unter der negativen Elektrode befindlichen Messingcylinder, die *negative* Ringfigur dagegen an der negativen Elektrodenkugel und an dem unter der positiven Elektrode liegenden Cylinder.

Schneller und gröfser erhält man diese Figuren ohne Anwendung des Condensators, wenn nämlich der Strom an den Unterbrechungsstellen in Form von Büscheln übergeht. Wird aber auf der Influenzmaschine der Condensator aufgesetzt, wodurch hell leuchtende Funken zwischen den Elektrodenkugeln und den Messingcylindern entstehen, so treten die Ringfiguren zwar scharf begränzt, jedoch viel kleiner hervor; auch erfordert ihre Ausbildung eine längere Stromdauer.

### §. 2.

Bei mehr als zwei Unterbrechungsstellen des Influenzstromes entstehen ebenfalls die elektrischen Ringfiguren der

Art, daß an der Stelle, an welcher der positive Strom den Schließungsleiter verläßt, die *positive*, und an derjenigen Stelle, an welcher er in den Leiter eintritt, die *negative* Ringfigur sich bildet; vorausgesetzt, daß der Schließungsleiter an den Uebergangsstellen Flächen darbiete, die zur Erzeugung elektrischer Ringfiguren sich eignen.

Bei drei Unterbrechungsstellen wurde der Versuch auf folgende Art angestellt:

Die unteren Theile der verticalen Messingcylinder der Influenzmaschine wurden mit den äußeren Enden des Henley'schen allgemeinen Ausladers mittelst dünner mit Seide übersponnener Kupferdrähte leitend verbunden und die mittleren Messingkugeln des Ausladers auf 1 bis 2 Millimeter einander genähert. Eben so weit standen die beiden Elektrodenkugeln der Influenzmaschine von den obersten Enden der verticalen Messingcylinder ab. Nach 5 Minuten Stromdauer und ohne Anwendung des Condensators waren die drei Paare Ringfiguren nach dem im Eingange dieses Paragraphen ausgesprochenen Gesetze vollkommen ausgebildet; die Figuren an den beiden Ausladerkugeln nebst dem mit schönen farbigen (rothen, gelben, grünen und blauen) Ringen versehen. Weniger deutliche und viel kleinere Ringfiguren entstanden bei Anwendung des condensirten Stromes.

Bei kurzer Stromdauer oder größeren Abständen war an allen den Uebergangsstellen, an welchen der positive Strom in den Leiter eingetreten war, gar nichts zu bemerken, während an allen denjenigen Stellen, an welchen derselbe aus dem Schließungsleiter austrat, sich die positiven Ringfiguren durch schwarze Scheiben kenntlich machten.

### §. 3.

Zur Darstellung der Ringfiguren auf Metallplatten wurden nach Riefs's Vorgang zwei Stahlnadeln (englische Nähnadeln No. 7) durch sehr dünne mit Seide übersponnene Kupferdrähte mit den Messingcylindern der Influenzmaschine leitend verbunden. Unter den freien Spitzen der übrigens von dünnen Glasröhren umgebenen und vertical

aufgestellten Nadeln lag isolirt auf einem Holzstative eine blank polirte kreisrunde Messingplatte. Durch Senkung des Statives konnte die Messingplatte in verschiedenen Entfernungen von den Stahlspitzen gebracht werden. Nachdem die Influenzmaschine durch eine geladene Leydner Flasche erregt worden, näherte man die Elektrodenkugeln den beiden Messingcylindern bis auf 2 (oder auch mehrere) Millimeter. Bei dieser Anordnung ging der positive Strom von der positiven Elektrode zum nächsten Messingcylinder und von der mit diesem leitend verbundenen Nadelspitze auf die Messingplatte, von der Messingplatte zur zweiten Nadelspitze und durch den anderen Cylinder zur negativen Elektrode mit Funken oder Büscheln über; je nachdem der condensirte oder der uncondensirte Strom angewendet wurde.

Die hell leuchtenden Funken, welche bei Anwendung des Condensators von der positiven Nadel zur Platte und von der Platte zur negativen Nadelspitze übergehen, bringen auf einer Messingplatte zwar schärfer begränzte, jedoch viel kleinere Ringfiguren hervor, als die Büschel, die von uncondensirtem Strome herrühren. Auch sind die durch Büschelentladungen auf Messingplatten erzeugten positiven Ringfiguren mit einem sehr breiten asch- oder stahlgrauen Saume umgeben, welcher Saum bei den durch leuchtende Funken hervorgebrachten Figuren erst bei einer langen Stromdauer oder bei einem größeren Abstände der negativen Nadel von der Messingplatte sich zu bilden beginnt.

Ich bemerke hier, daß ich mit Riefs von den auf einer Metallplatte entstandenen Ringfiguren stets diejenige als *negative* annehme, welche beim Uebergange des positiven Influenzstromes aus der Nadel in die Platte gebildet wird; während die beim Uebertritte desselben Stromes aus der Platte in die Nadelspitze erzeugte Ringfigur als *positive* angesehen werden soll.

#### §. 4.

Was die relative Größe der durch Büschel und der durch leuchtende Funken dargestellten Ringfiguren anbe-



langt, so haben die ersteren bei gleichem Abstände der Nadelspitzen von der Messingplatte und bei gleicher Stromdauer nahezu den doppelten Durchmesser der letzteren.

Die Form der durch den condensirten Strom der Influenzmaschine hervorgebrachten elektrischen Figuren war bei Abständen der beiden Nadeln von 1 bis 3 Millimetern über der Messingplatte gleich der Form jener Ringfiguren, welche Riefs durch den elektromagnetischen Inductionsapparat hervorgerufen hat.

Betrug die Entfernung der Nadeln von der Messingplatte 4 bis 5 Millimeter und die Stromdauer 5 bis 10 Minuten, so bestand die *positive* Ringfigur aus einer schwarzen oder schwarzgrauen Scheibe (in vielen Fällen mit hellem Mittelpunkte) und aus einem dunkelgelben, scharf begrenzten Ringe. Zwischen Ring und Scheibe befand sich ein blasgelber Gürtel mit rothen, grünen und blauen Ringen. Die Figur war außerdem von einem stahlgrauen Saume umgeben. Dieser stahlgraue Saum bildete sich im Uebrigen auch bei einem Abstände der Nadeln von 3 Mm., jedoch erst nach einer Stromdauer von 10 Minuten.

Die *negativen* Ringfiguren, welche bei einem Nadelabstände von 4 bis 5 Mm. und bei einer Stromdauer von 10 Minuten durch den condensirten Strom gebildet wurden, bestanden in vielen Fällen aus einer blanken, öfters auch aus einer silbergrauen Fläche mit dunklem Centrum, welche von einem matt gelben Rande umgeben war. Um den Rand sowie auch im Innern der Kreisfläche waren Haufen feiner grauer Punkte zu erkennen, welche jene Stellen der Platte bezeichnen, die von den rasch aufeinander folgenden Funken getroffen werden.

### §. 5.

Aehnlich in der Form, nur mit einem breiteren grauen, ins Blaue überspiegelndem Saume, und eben deshalb auch von größerem Durchmesser, sind die durch Büschelentladungen ohne Anwendung des Condensators dargestellten *positiven* Ringfiguren. Bei 1 Mm. Abstand der Nadelspitze



von der Messingplatte und 2 Minuten Stromdauer hatte die *positive* Ringfigur, den Saum mit einbegriffen, einen Durchmesser von 3<sup>mm</sup> bei 2<sup>mm</sup> Abstand und der nämlichen Stromdauer einen beiläufigen Durchmesser von 6<sup>mm</sup>. Bei 3<sup>mm</sup> Abstand und 5 Minuten Stromdauer betrug der Durchmesser der ganzen positiven Figur über 10<sup>mm</sup> und bei 4<sup>mm</sup> Abstand und 10 Minuten Stromdauer nahezu 12<sup>mm</sup>. Der stahlgraue Saum bei Abständen von 2 und 3<sup>mm</sup> war nach außen zu brandgelb gefärbt.

Alle diese positiven Ringfiguren hatten entweder eine vollkommene oder wenigstens eine annähernde Kreisform; die durch Büschelentladungen auf einer Messingplatte erzeugten *negativen* Ringfiguren waren dagegen nur bei Abständen von 1<sup>mm</sup> oder unter 1<sup>mm</sup> kreisförmig; bei größeren Abständen aber hatten dieselben durchgehend eine bogenförmig ausgeschweifte oder Blumenblättern ähnliche Gestalt.

Fig. 1 und 2 Taf. IX stellen zwei Paare Ringfiguren auf Messing dar; Fig. 1 wurde bei 2<sup>mm</sup> Abstand der Nadelspitzen und 3 Minuten Stromdauer erhalten.

Fig. 3 ist eine negative Ringfigur, die bei 4<sup>mm</sup> Abstand und 10 Minuten Stromdauer entstanden ist.

### §. 6.

Ohne Anwendung des Condensators wurden die elektrischen Ringfiguren auch auf polirten Kupfer- und Zinkplatten dargestellt. Der Saum der positiven Figur auf Kupfer ist grau ins Röthliche überspielend, auf Zink aschgrau ins Bläuliche übergehend. Die negativen Ringfiguren waren selbst bei Entfernungen der Nadeln von der Zink- und Kupferplatte, die 1<sup>mm</sup> und unter 1<sup>mm</sup> betrugen, bogenförmig gelappt oder Blumenblättern ähnlich.

Die Figuren 4, 5 und 6 Taf. IX stellen drei Paare Ringfiguren, die auf einer Kupferplatte entstanden sind, dar.

Fig. 4 wurde bei einem Nadelabstande von 1<sup>mm</sup> und 2 bis 3 Minuten Stromdauer; Fig. 5 bei 2<sup>mm</sup> Abstand und 5 Minuten Stromdauer; Fig. 6 bei 3<sup>mm</sup> und 10 Minuten Stromdauer erhalten.

In Fig. 7 ist ein Paar auf Zink erzeugter Ringfiguren abgebildet, die bei einer Entfernung der Nadelspitzen von 1<sup>mm</sup> über einer kreisförmigen Zinkplatte hervorgerufen wurden.

Selbstverständlich können weder die eben erwähnten, noch die früheren und die nachfolgenden Abbildungen keinen auch noch so geringen Grad von Genauigkeit beanspruchen, da die ungemeine Zierlichkeit in der Form der elektrischen Ringfiguren durch Zeichnungen nicht wieder gegeben werden kann. Wenn ich sie daher hier skizzirt habe, so geschah dies bloß aus dem Grunde, um ein ganz allgemeines Bild ihrer äußeren, dem bloßen Auge sich darbietenden Formen zu entwerfen.

### §. 7

Um die elektrischen Ringfiguren auch bei großen Entfernungen der Metallplatten von den Nadelspitzen hervorzurufen, habe ich dieselben gesondert mittelst einer einzigen Nadel und bei steter Anwendung des condensirten Stromes dargestellt. Dabei wurde die Metallplatte durch einen dünnen Kupferdraht mit dem positiven oder negativen Conductor der Influenzmaschine in directe leitende Verbindung gebracht, je nachdem die *positiven* oder die *negative* Ringfigur gebildet werden sollte; während der andere Conductor durch einen zweiten Kupferdraht mit der Stahl-nadel metallisch verbunden war. Auf diese Weise habe ich beide Arten von Ringfiguren getrennt erhalten; und zwar bei Nadelabständen von der Platte von 5, 10, 15 und sogar 20<sup>mm</sup>.

Da bei diesen größeren Abständen die Wiederholung der Funken verschiedene Stellen der Metallflächen trifft, so entstehen ausgebildete Ringfiguren erst nach einer langen Stromdauer, die bei einem Spitzenabstande von 20<sup>mm</sup> sogar 30 Minuten erreicht. Nach einer kurzen Stromdauer bemerkt man an der Stelle, wo sich die Figur bilden soll, feine Punkte, die wie Nadelstiche aussehen, und sich nahe-

zu kreisförmig lagern. Erst nach und nach bräunt sich zuerst der Mittelpunkt der *positiven* Figur, dann die übrigen Theile; der Saum nimmt zu seiner Entstehung die längste Stromdauer in Anspruch. Die Ausbildung der *negativen* Ringfigur erfordert eine bedeutend längere Stromdauer als die der *positiven*.

In den meisten Fällen bestehen die bei einem Abstände von 5 bis 20<sup>mm</sup> auf einer Messingplatte dargestellten *positiven* Ringfiguren aus einem schwarzgrauen, röthlich schillernden Flecke, der inmitten einer silbergrauen Scheibe liegt. Die Scheibe ist von einem gelben mit grauen Punkten besäeten Ringe umgeben; in einiger Entfernung dieses Ringes tritt der stahlgraue Saum auf, der bei fortgesetzter Stromdauer nach außen hin sich braungelb färbt.

Die negative Figur besteht gewöhnlich aus einer grauen, in der Mitte braun gefärbten Scheibe, eingeschlossen von einem dunkelgelben Rande, der mit einem Haufen feiner Punkte ganz umgeben erscheint. Ein sehr blasser, aschgrauer Saum wurde nur äußerst selten bei sehr langer Stromdauer beobachtet.

Die Ringfiguren, welche in Fig. 8 abgebildet erscheinen, sind bei 10<sup>mm</sup> Abstand und 10 Minuten Stromdauer, die in Fig. 9 bei 15<sup>mm</sup> Abstand und 15 Minuten Stromdauer, und endlich die in Fig. 10 bei 15<sup>mm</sup> und 20 Minuten Stromdauer auf Messingplatten entstanden.

### §. 8.

Auch auf polirten Kupfer- und Zinkplatten wurden bei Spitzenabständen von 5, 10, 15 und 20<sup>mm</sup> die elektrischen Ringfiguren getrennt dargestellt. Der Saum der *positiven* Figur auf Kupfer ist röthlich grau und bleibend ausgebildet, der der *negativen* Figur viel blasser und erst bei schiefer Beleuchtung erkennbar.

Bei 15<sup>mm</sup> Entfernung der Nadelspitze von der Kupferplatte und 20 Minuten Stromdauer betrug der beiläufige Durchmesser der *positiven* Ringfigur ohne Saum 7<sup>mm</sup>, mit Saum 11<sup>mm</sup>. (Fig. 11 Taf. IX.)

Das in Fig. 12 abgebildete Paar entspricht einem Abstände von  $10^{\text{mm}}$  und einer Stromdauer von 10 Minuten.

Die auf polirten Zinkplatten gebildeten Ringfiguren hatten bei  $5^{\text{mm}}$  Abstand einen aschgrauen, bei 10 und  $15^{\text{mm}}$  einen schönen dunklen Saum. Bei  $10^{\text{mm}}$  Abstand und 10 Minuten Stromdauer war der approximative Durchmesser der *positiven* Ringfigur ohne Saum 5, mit Saum über  $8^{\text{mm}}$ ; der der *negativen* ohne Saum 7, mit Saum  $9^{\text{mm}}$ .

#### IV. *Das Weber'sche compensirte Magnetometer zur Bestimmung der erdmagnetischen Intensität; von F. Kohlrausch.*

(Der Ges. d. Wiss. zu Göttingen im Auszuge mitgeth. am 7. Jan. 1871.)

Dieser Aufsatz wird die Beschreibung und Gebrauchsanweisung eines neuen erdmagnetischen Mefs-Instrumentes enthalten, dessen Theorie von W. Weber vor einigen Jahren im mathematisch-physikalischen Seminar zu Göttingen vorgetragen wurde. Ich habe dasselbe in der Werkstätte des Hrn. Dr. Meyerstein ausführen lassen und mich durch eine Reihe von Beobachtungen von der ausgezeichneten Brauchbarkeit des Instrumentes überzeugt.

Das compensirte Magnetometer dient zunächst zur Bequemen und genauen *Vergleichung der Horizontal-Intensität an verschiedenen Orten* und wird somit als Reisemagnetometer und als ein nicht unwichtiger Hilfsapparat im physikalischen Laboratorium gebraucht werden können, wo der bedeutenden magnetischen Localeinflüsse wegen sehr oft das Bedürfnis dieser Vergleichung vorliegt. Die für die genannten Zwecke erforderliche Genauigkeit, dass nämlich die Beobachtungsfehler kleiner seyen, als die Variationen des Erdmagnetismus, leistet der Apparat vollständig; dabei verlangt er in der Regel nur einige Bussolenablesungen. Eine

*absolute Bestimmung* ist unnöthig, sobald die vergleichende Beobachtung einmal an einem Orte mit bekannter absoluter Intensität angestellt worden ist. Immerhin aber bietet das compensirte Magnetometer auch die Mittel zur absoluten Messung mit nicht größerer Mühe, als andere transportable Instrumente, und mit der Genauigkeit, welche man von solchen nur verlangen kann.

Bekanntlich besteht der eine Theil der Gaufs'schen Intensitätsbestimmung aus der Beobachtung von Ablenkungen, welche ein Magnetstab einer Magnetnadel aus zwei gemessenen Abständen mittheilt. Die letzteren werden so groß gewählt, daß man in der Gaufs'schen Reihenentwicklung für die Wirkung eines Magnetes auf die Nadel nur die beiden ersten Glieder zu nehmen braucht.

Die Eigenthümlichkeit des neuen Instrumentes besteht nun darin, daß durch eine bestimmte *Combination von mehreren Ablenkungsstäben* der Coëfficient des zweiten Gliedes von selbst auf Null gebracht wird, indem seine von den verschiedenen Magneten herrührenden Theile sich *„compensiren“*, so daß jetzt eine *einmalige* Ablenkungsbeobachtung genügt. Außerdem bietet die gleichzeitige Anwendung mehrerer Stäbe noch den Vortheil einer erhöhten Genauigkeit, indem die günstigste Größe des Ablenkungswinkels (vergl. §. 2) hervorgebracht wird, ohne diejenige Gränze in der Größe der Magnete zu überschreiten, welche durch die Vernachlässigung der späteren Glieder der Reihenentwicklung vorgeschrieben ist. Einige in Göttingen angestellte Bestimmungen ergaben stets innerhalb der Gränzen der Variationen den aus den Beobachtungen im magnetischen Observatorium abgeleiteten Werth.

#### 1. Theorie des compensirten Magnetometers.

Die Theorie läßt sich am einfachsten mit Hülfe des Potentials entwickeln.

Ein Magnetstab sey in der von Gaufs sogenannten ersten Hauptlage, d. h. *östlich* oder *westlich* von einer Magnetnadel so aufgestellt, daß seine magnetische Axe durch

den Mittelpunkt der Nadel geht. Die letztere sey im Sinne der von dem Magnet ausgeübten Kräfte um den Winkel  $\varphi$  aus dem Meridian abgelenkt.

Setzen wir vorläufig voraus, die freien Magnetismen von Magnet und Nadel seyen in den Polen concentrirt; nennen wir  $2l$  und  $2\lambda$  den Polabstand,  $\pm s$  und  $\pm \sigma$  die Stärken der Pole von Magnet und Nadel, so dafs also  $m = 2ls$  das magnetische Moment des Stabes,  $\mu = 2\lambda\sigma$  das der Nadel darstellt.  $r$  sey der Abstand der Mittelpunkte von einander, und endlich werde gesetzt

$$x = \lambda \sin \varphi \quad y = \lambda \cos \varphi.$$

Die Summe  $v$  der Potentiale der Magnetpole auf die Nadelpole wird leicht erhalten

$$v = s\sigma \left[ (y^2 + (r+l-x)^2)^{-\frac{1}{2}} + (y^2 + (r-l+x)^2)^{-\frac{1}{2}} - (y^2 + (r+l+x)^2)^{-\frac{1}{2}} - (y^2 + (r-l-x)^2)^{-\frac{1}{2}} \right].$$

Indem man den Ausdruck nach Potenzen der Verhältnisse  $\frac{l}{r}$ ,  $\frac{x}{r}$  und  $\frac{y}{r}$  entwickelt und die vierten Potenzen resp. Producte dieser Gröfsen gegen 1 vernachlässigt, kommt hieraus

$$v = -\frac{8sl \cdot \sigma x}{r^3} \left( 1 + \frac{2l^2 + 2x^2 - 3y^2}{r^2} \right)$$

und nach Ersetzung von  $x$ ,  $y$ ,  $2sl$  und  $2\sigma x$  durch ihre obigen Werthe

$$v = -\frac{2m\mu}{r^3} \sin \varphi \left( 1 + \frac{2l^2 - 3\lambda^2 + 5\lambda^2 \sin^2 \varphi}{r^2} \right).$$

Legen wir einen andern Magnetstab  $M = 2LS$  im Abstände  $R$  von derselben Nadel in der zweiten Hauptlage, d. h. nördlich oder südlich von der Nadel so hin, dafs seine magnetische Axe auf der Verbindungslinie  $R$  der Mittelpunkte senkrecht steht. Die Pole seyen entgegengesetzt gerichtet wie diejenigen des vorigen Stabes, so dafs er die Nadel in dem gleichen Sinne ablenkt. Dann wird, unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen, die Summe der

Potentiale  $V$  von den Polen dieses Magnetes auf die der Nadel

$$V = S\sigma \left[ \left( (R+y)^2 + (L+x)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} + \left( (R-y)^2 + (L+x)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right. \\ \left. - \left( (R+y)^2 + (L-x)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} - \left( (R-y)^2 + (L-x)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

Die Entwicklung nach Potenzen ergibt

$$V = -\frac{4SL \cdot \sigma x}{R^3} \left( 1 + \frac{6y^2 - \frac{3}{2}(L^2 + x^2)}{R^2} \right)$$

oder

$$V = -\frac{M\mu}{R^3} \sin \varphi \left( 1 - \frac{\frac{3}{2}L^2 - 6\lambda^2 + \frac{15}{2}\lambda^2 \sin^2 \varphi}{R^2} \right).$$

Die Summe von  $v$  und  $V$  ergibt das von beiden Magneten auf die Nadel ausgeübte Potential. Wären die Längen  $L$ ,  $l$  und  $\lambda$  gegen die Abstände  $R$  und  $r$  zu vernachlässigen, so würde dieses gemeinschaftliche Potential werden

$$- \left( 2 \frac{m}{r^3} + \frac{M}{R^3} \right) \mu \sin \varphi,$$

und derselbe Werth läßt sich mit unsern Stäben von endlicher Länge erreichen, indem man die Verhältnisse von  $L$ ,  $l$ ,  $\lambda$ ,  $R$  und  $r$  so wählt, daß die Summe der zweiten Glieder gleich Null wird, was für

$$\frac{2m}{r^3} (2l^2 - 3\lambda^2 + 5\lambda^2 \sin^2 \varphi) = \frac{M}{R^3} \left( \frac{3}{2}L^2 - 6\lambda^2 + \frac{15}{2}\lambda^2 \sin^2 \varphi \right)$$

der Fall ist.

Soll aber diese Beziehung für jedes  $\varphi$  gelten, so folgen hieraus die Bedingungsgleichungen für das compensirte Magnetometer

$$\frac{2m}{r^3} (2l^2 - 3\lambda^2) = \frac{M}{R^3} \left( \frac{3}{2}L^2 - 6\lambda^2 \right)$$

und

$$2 \frac{m}{r^3} = \frac{3}{2} \frac{M}{R^3}.$$

Die bis hierher fortgeführte Voraussetzung idealer Magnete mit punktförmigen Polen muß nun mit einer wirklich darstellbaren vertauscht werden. Die absolute Lage der Pole einer Nadel ist im Allgemeinen unbekannt, der Theorie gemäß aber ist in ähnlich gestalteten Magneten die Ver-



theilung des Magnetismus eine ähnliche, also sind auch die Schwerpunkte des freien Magnetismus ähnlich gelegen. Für Fernwirkungen können diese Schwerpunkte als Pole angesehen werden, wenn man, wie oben angenommen, die vierten Potenzen von  $\frac{l}{r}$  usw. vernachlässigen darf. Also ist für ähnlich gestaltete Magnete der Polabstand der Länge proportional.

Ferner sind die magnetischen Momente dem Volumen proportional. Unter Voraussetzung gleicher Gestalt (und natürlich gleicher Härtung und Magnetisirung zum Maximum) für Nadel und Ablenkungsstäbe ist demnach, wenn wir  $L$ ,  $l$ ,  $\lambda$  jetzt die geometrische Länge der Magnete nennen,

$$M : m : \mu = L^3 : l^3 : \lambda^3.$$

Hiermit werden die obigen Bedingungen

$$\frac{R^5}{r^5} = \frac{3}{4} \frac{L^3}{l^3}$$

und

$$L^3 - 2l^3 - \lambda^3 = 0.$$

Um beiden Gleichungen zu genügen, kann man ein Längenverhältniß, z. B.  $\frac{L}{l}$  zunächst willkürlich nehmen. Es wird zweckmäfsig seyn, den von dem westlichen und dem nördlichen Magnet herrührenden Theil der Ablenkung ungefähr gleich groß zu machen. Man findet, dafs dies nahezu für

$$\frac{L}{l} = \frac{3}{2}$$

der Fall ist. Wird dies Verhältniß angenommen, so findet sich ferner  $\frac{l}{\lambda} = 2$ , also die Längen der Magnete

$$L : l : \lambda = 3 : 2 : 1$$

und

$$\frac{R}{r} = 1,2041.$$

Um das letztere Verhältniß der Abstände ein- für allemal fixiren zu können, sollen die ablenkenden Magnete auf einem und demselben Rahmen befestigt seyn. Dabei empfiehlt es sich aus mehreren Gründen, vollständige Symmetrie eintreten zu lassen. Wir bringen daher, die Dimen-



sionen der Nadel durch 1 bezeichnet, je einen Magnet von den Dimensionen 2 östlich und westlich im Abstände  $r$ , und je einen von den Dimensionen 3 nördlich und südlich im Abstand  $R = 1,2041 \cdot r$  von dem Mittelpunkte des Rahmens an (Fig. 7 Taf. VIII). Wir wollen jetzt die Summe der magnetischen Momente der ersteren Stäbe durch  $m$ , die der letzteren durch  $M$  bezeichnen, so ist

$$-\left(2 \frac{m}{r^3} + \frac{M}{R^3}\right) \mu \sin \varphi$$

die Summe ihrer Potentiale auf die Nadel, woraus das Drehungsmoment als der negative Differentialquotient nach  $\varphi$  gleich

$$\left(2 \frac{m}{r^3} + \frac{M}{R^3}\right) \mu \cos \varphi$$

erhalten wird. Ist nun  $\varphi$  der unter Einwirkung des Erdmagnetismus, dessen Horizontal-Intensität  $= T$  seyn möge, beobachtete Ablenkungswinkel, so hat man

$$2 \frac{m}{r^3} + \frac{M}{R^3} = T \cdot \tan \varphi.$$

Jetzt mögen die Magnetpole aller Stäbe, welche bisher bei den Stäben  $m$  entgegengesetzt gerichtet waren wie bei  $M$ , gleichgerichtet und die Schwingungsdauer  $t$  des Rahmens mit den Stäben beobachtet werden. Nennen wir  $K$  das Trägheitsmoment des Ganzen und  $\theta$  die Directionskraft der Torsion des Aufhängefadens im Verhältniß zu der erdmagnetischen Directionskraft, so ist

$$(M+m) T = \frac{\pi^2 K}{t^2 (1+\theta)}.$$

Kehren wir nun die kleineren Magnete wieder, um, so daß ihre Pole den gröfseren entgegengesetzt stehen, und beobachten die Schwingungsdauer  $\tau$  des Ganzen an demselben Cocon, so ist

$$(M-m) T = \frac{\pi^2 K}{\tau^2 \left(1 + \theta \frac{M+m}{M-m}\right)}$$

Aus beiden Gleichungen wird gefunden

$$m = \frac{\pi^2 K}{2T} \frac{\tau^2 - t^2}{\tau^2 t^2}$$

und

$$M = \frac{\pi^2 K}{2T} \frac{\tau^2 \frac{1-\theta}{1+\theta} + t^2}{\tau^2 t^2}$$

also.

$$\frac{2m}{r^3} + \frac{M}{R^3} = \frac{\pi^2 K}{T \tau^2 t^2} \left( \frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2 \frac{1-\theta}{1+\theta} + t^2}{2R^3} \right).$$

Für  $\frac{1-\theta}{1+\theta}$  kann man auch setzen  $1-2\theta$ .

Durch Gleichsetzung der beiden Werthe von  $\frac{2m}{r^3} + \frac{M}{R^3}$  findet sich endlich

$$T^2 = \frac{\pi^2 K}{t^2 \tau^2 \cdot \tan \varphi} \left( \frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2 (1-2\theta) + t^2}{2R^3} \right).$$

2. Ueber die für die Genauigkeit günstigen Ablenkungswinkel einer Bussole.

Weber hat in seinem Aufsatz über die Tangentenbussole gezeigt, daß Ablenkungswinkel von  $45^\circ$ , wenn die zu messende GröÙe der Tangente des Ablenkungswinkels proportional ist, den relativ geringsten Einfluß eines Ablesungsfehlers geben. Bei einer Bussolennadel auf Spitze kommt aber zum Ablesungsfehler ein Einstellungsfehler der Reibung hinzu, und es ist nicht ohne Interesse, die hiervon herrührende Modification der Regel zu betrachten.

Man kann die Reibung in die Rechnung einführen als das gröÙte Drehungsmoment, welchem sie das Gleichgewicht halten kann. Das Drehungsmoment des Erdmagnetismus auf eine um  $\varphi$  abgelenkte Nadel sey  $-A \sin \varphi$ , der ablenkende Magnet oder Strom einer Tangentenbussole übe das Drehungsmoment  $B \cdot \cos \varphi$  aus, wo also  $\frac{B}{A} = \tan \varphi$  die zu messende GröÙe (z. B. Stromstärke) ist. Weicht die Einstellung der Nadel um den kleinen Winkel  $\varepsilon$  von der richtigen Stellung ab, so ist das Drehungsmoment von Strom und Erdmagnetismus zusammen gleich

$$B \cdot \cos (\varphi + \varepsilon) - A \cdot \sin (\varphi + \varepsilon) = -\varepsilon \frac{A}{\cos \varphi}.$$

Der grösstmögliche Reibungsfehler  $\varepsilon$  ist also dem Cosinus des Ablenkungswinkels proportional. Nennen wir daher  $\varepsilon_0$  den grössten Reibungsfehler der nicht abgelenkten, d. h. nur unter der Einwirkung des Erdmagnetismus spielenden Nadel, so ist

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \cos \varphi.$$

Nennen wir ferner  $\delta$  den grösstmöglichen Ablesungsfehler, so ist der mittlere Gesamtfehler des Resultates im Verhältniss zu der zu messenden Grösse

$$\pm \frac{V(\operatorname{tg}(\varphi + \delta) - \operatorname{tg} \varphi)^2 + (\operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon_0 \cos \varphi) - \operatorname{tg} \varphi)^2}{\operatorname{tg} \varphi} = 2 \frac{V\delta^2 + \varepsilon_0^2 \cos^2 \varphi}{\sin 2 \varphi}.$$

Dieser relative Fehler wird ein Minimum für

$$\delta^2 \cos 2\varphi + \varepsilon_0^2 \cos^4 \varphi = 0,$$

oder

$$\operatorname{tg}^4 \varphi = 1 + \left(\frac{\varepsilon_0}{\delta}\right)^2.$$

Hieraus folgt für eine Nadel ohne Reibung (am Coconfaden), wie bekannt,  $\varphi = 45^\circ$ . Beträgt der Reibungsfehler die Hälfte des Ablesungsfehlers,  $\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \delta$ , so ist  $\varphi = 46^\circ, 5$ ; wenn beide Fehler gleich,  $\varphi = 50^\circ$ ; wenn der Reibungsfehler das doppelte,  $\varphi = 57^\circ$ , und so fort.

Es ist also für eine Nadel auf Spitze immer der günstigste Winkel grösser als  $45^\circ$ . Da man nun den Reibungsfehler in der Regel mindestens dem Ablesungsfehler gleich schätzen darf, so empfiehlt sich ein Winkel von mindestens  $50^\circ$ . Für die Construction des Instrumentes wurde dieser Fall angenommen.

### 3 Einrichtung und Gebrauch des compensirten Magnetometers.

Um die auf S. 551 gestellten Bedingungen zu erfüllen, wurde eine kleine Bussolennadel von rhombischer Gestalt, 16<sup>mm</sup> lang, 4<sup>mm</sup> breit und 1<sup>mm</sup> dick, mit einer Durchbohrung von 3<sup>mm</sup> Durchmesser hergestellt; ferner zwei Magnete von doppelten und zwei von dreifachen Dimensionen, aber von ähnlicher Gestalt und möglichst gleicher Härtung. Durch Zwischenlegen zwischen die Pole zweier 50pfündiger Magnete wurden alle Stäbchen möglichst gleichmässig und stark

magnetisirt. In einen Längseilstrich auf der Oberfläche der kleinen Nadel wurden zwei Glasfäden als Zeiger mit Schellackfirniß eingeklebt. Diese kleine Nadel hat eine Schwingungsdauer von etwa 0,6 Sec. und zeigt eine ausgezeichnet genaue und rasche Einstellung: die Schwingungen beruhigen sich, wahrscheinlich durch den Luftwiderstand an den Zeigern, in wenigen Secunden, aber die von der Reibung herrührenden Fehler bei den Ablenkungen belaufen sich selten auf  $\frac{1}{10}$  Grad. Der Kreis ist auf eine Spiegelglasplatte getheilt, über welcher die Nadel spielt. Die Spitze besteht aus einem Messingstiftchen, in welches eine sehr kurze und dünne Stahlspitze eingeschraubt ist.

Die kleineren und größeren Stäbe zeigten in der That sehr nahe den von der Theorie verlangten, dem Volumen proportionalen Magnetismus, indem auf 1 Mgr. Stahl bei den größeren Stäben 203 Einheiten, bei den kleineren 215 Einheiten Magnetismus kommen. Die ausreichend genaue geometrische Arbeit nach Vorschrift ergiebt sich aus dem Verhältniß der Gewichte, welches 3,40 ist, anstatt des geforderten  $(2)^9 = 3,375$ .

Nach erfolgter Magnetisirung wurden unter Innehaltung des oben gefundenen Verhältnisses 1,402 die Entfernungen gesucht, aus denen die Stäbe zusammen den günstigsten Ablenkungswinkel von  $50^\circ$  (vor. Abschn.) hervorbrachten, und nun die vier Stäbchen auf einen Rahmen von hart gehämmertem, 1<sup>mm</sup> starkem Messingblech befestigt, wie Fig. 7 Taf. VIII in  $\frac{1}{3}$  natürlicher Größe zeigt. Der Rahmen liegt hier mit 4 Löchern auf 4 Zapfen der Busssole auf, von denen einer in Fig. 7 Taf. VIII sichtbar und in Fig. 9 im Durchschnitt (natürl. Größe) mit einem Stück der Bodenplatte der Busssole gezeichnet ist. Fig. 9 Taf. VIII stellt zugleich dar, wie ein inneres Gewinde unter dem Zapfen dazu dient um die Bussole auf dem Tischchen eines leicht transportablen Statives zu befestigen.

Die Gestalt des Rahmens ist der nöthigen Festigkeit und dem möglichst geringen Trägheitsmoment angemessen. Die vier Magnete sind mittelst vier genau in ihre Höhlungen

passender cylindrischer Zapfen auf den Rahmen aufgesetzt und können daselbst in der ost-westlichen Richtung, die durch feine auf dem Blech gezogene Striche angedeutet ist, durch Schrauben festgeklemt werden, von denen die untere und die linke in Fig. 7 Taf. VIII weggelassen sind. Den Durchschnitt der Befestigung für einen der kleineren Magnete zeigt Fig. 8 in natürlicher Gröfse. Bussole und Rahmen können zum Transport in ein hölzernes Kästchen eingelegt werden.

Die Ablenkungen werden beobachtet, indem man den Rahmen wie in Fig. 7 Taf. VIII auf die vorher (mit Hülfe des drehbaren Tischchens) in den Meridian eingestellte und mit einer Dosenlibelle horizontal gemachte Bussole auflegt, die Einstellung der Nadel abliest, demnächst den Rahmen um  $180^\circ$  horizontal gedreht wieder auf die Bussole auflegt und die Ablenkung nach der anderen Seite beobachtet. Das Mittel der beiden Ablenkungswinkel ist der Winkel  $\varphi$ .

Man sieht leicht und kann es durch den Versuch erproben, dafs diese Beobachtung in entgegengesetzter Lage sowohl eine Ungenauigkeit in dem Azimuth der Bussole als auch eine geringe Abweichung der magnetischen Axen der Stäbe von der Ost-West-Richtung eliminirt.

Derselbe Rahmen mit den Magneten soll auch zu den Schwingungsversuchen dienen. Zu diesem Zweck kann man in eines der an beiden Enden befindlichen kleinen Löcher mit Gewinde ein Stiftchen einschrauben und mit diesem den Rahmen in ein Schiffchen am Cocon einhängen. In eins der Löcher, welche auf die Bussolenzapfen passen, kann ein kleiner Spiegel eingesetzt und mit einer Mutter festgeklemt werden. Ein Schiebkasten mit einer dicken Glasplatte im Schieber dient zur Verpackung des Ganzen auf Reisen sowie als Schwingungskasten. Zu letzterem Zwecke setzt man ein hölzernes Rohr mit einer einfachen Torsionsvorrichtung an und schraubt den Kasten mit denselben Schrauben, welche die Bussole halten (Fig. 9 Taf. VIII), auf die Stativplatte.

Um endlich das Trägheitsmoment zu bestimmen, dienen

zwei cylindrische Gewichte von etwa 10<sup>mm</sup> Durchmesser und zusammen 50 Gr. Masse, die, an beiden Enden eines Coconfadens befestigt, mit diesem über die beiden Endflächen des Rahmens bei *mm*, in welche oben zum Halten des Fadens kleine Vertiefungen eingefeilt sind, übergehängt werden.

#### 4. Berechnung der Beobachtungen.

Die Rechnungsregeln folgen aus der auf S. 553 gegebenen Gleichung, wenn man noch einige bei allen erdmagnetischen Beobachtungen zu befolgende Vorschriften hinzunimmt.

##### I. Vergleichung der Horizontal-Intensität an zwei Orten bei kurzem Zeitintervall.

Ist die Temperatur bei beiden Beobachtungen gleich, oder will man den von ihr herrührenden Unterschied im Stabmagnetismus vernachlässigen, so hat man

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{tg \varphi_2}{tg \varphi_1},$$

unter  $T_1, T_2$  die Intensitäten,  $\varphi_1, \varphi_2$  die entsprechenden Ablenkungswinkel verstanden.

Bei verschiedener Temperatur kann man nach II verfahren oder einfacher, wenn ein- für allemal ermittelt worden ist, daß der Magnetismus der vier Stäbe im Mittel auf 1<sup>o</sup> Temperatur um  $\alpha$  Theile des ganzen Magnetismus (für obige Stäbe  $\alpha = 0,0005$ ) abnimmt, setzen

$$\frac{T_1}{T_2} = [1 + \alpha (\vartheta_2 - \vartheta_1)] \frac{tg \varphi_2}{tg \varphi_1},$$

unter  $\vartheta_1, \vartheta_2$  die Temperaturen verstanden.

##### II. Vergleichung usw. bei größerem Zeitintervall.

Liegt zwischen beiden Beobachtungen eine längere Zeit, so daß man den Stabmagnetismus nicht als unverändert betrachten kann, so beobachte man außer der Ablenkung die Schwingungsdauer des Rahmens mit den Magneten, nachdem man die Pole der Stäbe *gleich gerichtet* hat. Nennen wir die beiden Schwingungsdauern  $t_1, t_2$ , so ist

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{t_2}{t_1} \sqrt{\frac{\lg q_2}{\lg q_1}}.$$

Z. B. war

in Göttingen  $t_1 = 22^{\text{sec}}, 760$   $q_1 = 50^{\circ}, 962$

in Zürich  $t_2 = 22, 001$   $q_2 = 48^{\circ}, 675$

wonach das Verhältniß  $T$  (Gött.) zu  $T$  (Zür.) = 0,9283, fast genau wie es aus den Lamont'schen Karten folgt.

Hierbei ist vorausgesetzt, daß der Magnetismus der grossen und der kleinen Stäbe sich in gleichem Verhältniß geändert hat. Ohne diese Annahme ist noch die Schwingungsdauer  $\tau_1$  und  $\tau_2$  zu ermitteln, nachdem man die Pole der kleinen Magnete den grösseren *entgegengesetzt gerichtet* hat. Der vorige Ausdruck muß dann noch multiplicirt werden mit

$$\sqrt{\frac{r^3 \left(1 + \frac{t_1^2}{\tau_1^2}\right) + 2R^3 \left(1 - \frac{t_1^2}{\tau_1^2}\right)}{r^3 \left(1 + \frac{t_2^2}{\tau_2^2}\right) + 2R^3 \left(1 - \frac{t_2^2}{\tau_2^2}\right)}}.$$

In Anbetracht, daß  $\frac{t}{\tau}$  sich für dasselbe Instrument nur wenig ändert, läßt dieser Correctionsfactor sich für die Rechnung sehr vereinfachen. Bezeichnet man nämlich die ein- für allemal zu berechnende Gröfse

$$\frac{2R^3 + r^3}{2R^3 - r^3} = \frac{t^2}{\tau^2}$$

durch  $k$ , so wird obiger Factor

$$1 + \frac{1}{2k} \left( \frac{t_2^2}{\tau_2^2} - \frac{t_1^2}{\tau_1^2} \right).$$

Bei den oben als Beispiel gebrauchten Beobachtungen, welche um vier Monate auseinanderlagen, wurden die beiden  $\tau$  ebenfalls bestimmt und gefunden in

Göttingen  $\tau_1 = 31^{\text{sec}}, 399$ , in Zürich  $\tau_2 = 30^{\text{sec}}, 328$ .

Außerdem ist  $r = 105$ ,  $R = 126$  Mm. Das genaue hieraus berechnete Verhältniß ist 0,9286, also nur um einen zu vernachlässigenden Bruchtheil von dem obigen verschieden<sup>1)</sup>.

- 1) Der Gesamtmagnetismus hatte in vier Monaten nach obigen Zahlen um  $\frac{2}{3}$  Proc. abgenommen, das Verhältniß des Magnetismus der kleinen zu dem der grösseren Stäbe um  $\frac{1}{4}$  Procent zugenommen.



Die Nothwendigkeit einer Bestimmung der Schwingungsdauer mit entgegengesetzten Polen wird demnach nur selten eintreten.

### III. Absolute Bestimmung der Horizontalintensität.

Die Formel der Berechnung ist bereits oben (S. 553) angegeben worden. Das Trägheitsmoment ist

$$K = p(a^2 + \frac{1}{2}\rho^2) \frac{t^2}{t^2 - t'^2},$$

wenn  $t$  und  $t'$  die Schwingungsdauer mit und ohne Belastung,  $p$  die Masse der Gewichte in Mgr.,  $2a$  der Abstand ihrer Aufhängungsfäden von einander,  $\rho$  ihren Halbmesser in Mm. bezeichnet. Der Torsionscoefficient ist  $\theta = \frac{\delta}{\gamma - \delta}$ , worin  $\delta$  der Winkel, um welchen eine Torsion des Fadens um den Winkel  $\gamma$ , den Rahmen mit den parallel gestellten Magneten ablenkt. Als Abstand  $R$  und  $r$  der Magnete von der Nadel nimmt man den halben Abstand der beiden Mittelpunkte der betreffenden Zapfen, auf welche die Stäbe aufgesetzt sind, von einander.

Da man übrigens der vollkommen symmetrischen Gestalt und Magnetisirung der Stäbe nicht sicher ist, werden zum Zwecke der absoluten Bestimmung zwei Ablenkungsbeobachtungen angestellt, die zweite, nachdem man alle Magnete um ihre Zapfen um  $180^\circ$  gedreht hat. Das Mittel aus beiden Winkeln ist  $\varphi$ .

Diese betragen (in Zürich)  $48^\circ,675$  und  $48^\circ,881$ , also  $\varphi = 48^\circ,778$ . Ausserdem waren  $r = 105,09$  und  $R = 126,34$  Millim.;  $t = 22,001$  und  $t' = 30,328$  Sec.;  $K = 278990000$   $\theta = 0,0030$ . Hiernach berechnet sich  $T = 1,978$ .

Der Preis des Instrumentes inclusive Stativ beträgt in der Meyerstein'schen Werkstätte zu Göttingen etwa 50 Thaler.

Zürich, März 1871.



V. Ueber die *Brechung und Dispersion des Lichtes*  
*in Jod-, Brom- und Chlorsilber;*  
 von W. Wernicke.

---

Be findet sich auf einer polirten Metallfläche eine sehr dünne Schicht irgend eines Körpers, welcher selbst kein Metall ist, so zeigt die Schicht, wenn man ihre Dicke von Null ab wachsen läßt, bei reflectirtem Lichte eine Reihe von Farben, welche im Allgemeinen die Farben der Newton'schen Ringe im durchgehenden Lichte sind, wenn der Einfallswinkel eine gewisse Gränze nicht übersteigt. Die Verschiedenheiten der Farben von den Newton'schen hängen zum Theil von der Natur der Schicht, zum Theil vom reflectirenden Metall ab. Vernachlässigt man diese Unterschiede, so zeigt sich bei Betrachtung der Schicht im Spectroskop immer ein dunkler Streifen, wenn die Dicke der Schicht ein ungerades Vielfach einer Viertelwellenlänge des Lichtes von der Brechbarkeit des Streifens beträgt. Berücksichtigt man jene Verschiedenheiten der Farben, welche in der elliptischen Polarisation und der Absorption ihren Grund haben, so beträgt die Dicke der Schicht nicht mehr genau ein ungerades Vielfach einer Viertelwellenlänge des Lichtes an der Stelle, wo im Spectrum der Streifen gesehen wird; dann aber giebt die Differenz der Dicken, bei denen ein Minimalstreifen an derselben Stelle im Spectroskop erscheint, die halbe Wellenlänge oder ein Vielfaches derselben an. Kennt man also die Differenz der Schichtendicken, bei denen ein Minimalstreifen ein und dieselbe Fraunhofer'sche Linie bedeckt, so giebt dieselbe unmittelbar die Wellenlänge des Lichtes in der Schicht, also auch den Brechungsindex derselben an.

Diese Sätze bilden die Grundzüge einer Methode, die ich (diese Annalen Bd. CXXXIX, S. 132 bis 150) näher beschrieben und angewendet habe, um damit die Brechung und Dispersion des Lichtes in undurchsichtigen Körpern zu

bestimmen. Die Zahlen, welche sich für die Dispersion der untersuchten Sauerstoffverbindungen der schweren Metalle ergeben haben, sind so ungewöhnlich groß, daß die entsprechenden Zahlen für halbdurchsichtige Körper der stärksten Dispersion, wie Phosphor<sup>1)</sup> und Schwefel<sup>2)</sup>, außerordentlich gering dagegen erscheinen. Ausser den a. a. O. aufgeführten Körpern habe ich nach jener Methode eine Reihe anderer untersucht; von diesen stelle ich jetzt die Bestimmung der Constanten des Jod-, Brom- und Chlorsilbers nach zwei verschiedenen Methoden dar, weil dieselben einerseits eigenthümliche Modificationen des festen Aggregatzustandes darbieten, andererseits für die Bestimmung der Dicke dünner Silberschichten von praktischem Werthe sind.

# I.

Für die Herstellung dünner Schichten dieser Silberverbindungen ist es nothwendig, zuerst eine feine Metallschicht zu erzeugen und diese alsdann durch geeignete Mittel in die betreffende Verbindung zu verwandeln. Silberschichten von jedem beliebigen Grade der Freiheit und hinreichender Gleichmäßigkeit lassen sich sowohl auf Glas wie auf Platin erzeugen; auf Glas am besten, indem man eine alkalische Silberlösung mittelst derselben aldehydhaltigen Reductionsflüssigkeit reducirt, welche ich (Pogg. Ann. Bd. CXXXIII, S. 183) für Gold angegeben habe; auf Platin, indem man eine verdünnte Auflösung von Cyansilber in Cyankalium durch einen schwachen elektrischen Strom zersetzt. Um die Metallschicht auf Glas herzustellen, fügt man zu der Martin'schen Silberlösung<sup>3)</sup> (bestehend aus 1 Gr. Silbernitrat in Ammoniak gelöst und mit 19 CC. Natronlauge vom spec. Gewicht 1,035 und 60 CC. Wasser versetzt),  $\frac{1}{15}$  ihres Volumens der genannten aldehydhaltigen Reductionsflüssigkeit und taucht die zu belegende Spiegel-

1) Gladstone und Dale, Pogg. Ann. Bd. CVIII, S. 632.

2) Gladstone, *I. chim. Soc.* III, 108.

3) Martin, *Compt. Rend.* T. 56, 1863, p. 1044.

platte sogleich hinein. Der so erhaltene Silberspiegel ist, wenn die Glasplatte zuvor gereinigt war, auch bei der alldünnsten Silberschicht gleichmäfsig stark glänzend und leicht in Brom- und Chlorsilber zu verwandeln, in höherem Maafse als bei Anwendung blofser Invertzuckerlösung.

Setzt man eine solche, stets mit violet-blauem Lichte durchsichtige, Silberschicht Joddämpfen aus oder legt Stückchen Jod darauf, so wird das Silber sofort in Jodsilber umgewandelt, welches schöne Interferenzfarben zeigt. Fizeau<sup>1)</sup> und nach ihm Quincke<sup>2)</sup> haben, obwohl beide in etwas verschiedener Weise, dies Verfahren zur Bestimmung der Dicke einer Silberschicht auf Glas benutzt; ersterer, indem er die Newton'schen Ringe zählte, welche die Joddämpfe rings um das Jodstück hinterlassen; letzterer, indem er die Farbe der vollständig in Jodsilber verwandelten Schicht mit der Farbe der Luftschicht der Newton'schen Ringe verglich, beide im reflectirten Lichte betrachtet. Ich habe diese Art der Bestimmung der Dicke einer dünnen Metallschicht auch für andere Verbindungen angewendet; überall treten bei der Ueberführung des Metalls in die Verbindung folgende Erscheinungen auf:

Beobachtet man die Farbenveränderungen, welche die allmähliche Verwandlung des Silbers in Jodsilber anzeigen und unterbricht, durch Fortnahme des Jodstückchens oder Entfernung der Platte von dem die Joddämpfe enthaltenen Gefäfs, die Operation kurz vor dem Momente, wo die Silberschicht völlig durchbohrt seyn würde, und nur noch ein leiser Anflug von Silber vorhanden ist, so bekommt man die Dicke der Schicht um nahezu eine Viertelwellenlänge zu grofs. In dem Augenblicke nämlich, wo die vollständige Verwandlung des Silbers eintritt, wo also die Reflexion nicht mehr vom Metall in Jodsilber, sondern von Glas in Jodsilber stattfindet, ändert sich die Farbe fast momentan; sie springt nahezu um eine Viertelwellenlänge zurück. Erzeugt man die Metallschicht, anstatt auf Glas, auf Platin und

1) *Compt. Rend. T. LII, 1, 1861, p. 274.*

2) *Pogg. Ann. Bd. CXXVII, S. 181.*

verwandelt sie alsdann in eine Verbindung des Metalls, so tritt die sprungweise Farbenänderung bei der völligen Durchbohrung der Schicht nicht ein; die Reihenfolge der Interferenzfarben im reflectirten Licht bei senkrechter oder nahezu senkrechter Incidenz ist in diesem Falle dieselbe wie die einer Luftschicht im durchgehenden Lichte; ein Umstand, der bei der Bestimmung der Dicke einer Metallschicht wohl zu beachten ist.

Als Träger der Schicht wurde dießmal, um die Metallreflexion ganz zu umgehen, statt der früher angewandten dünnen Platinbleche, Platten von englischem Deckglase genommen. Eine 5832 Quadr. Mm. große Fläche wurde mit einer Silberschicht überzogen, so daß nach Verwandlung derselben in Jodsilber die Dicke 6 Viertelwellenlängen ( $D$ ) betrug. Die Anzahl der Wellenlängen erkennt man hier am Farbenwechsel während der Umwandlung, bei größerer Dicke mit Zuhülfenahme des Spectroskops; die gewünschte Dicke der Silberschicht erhält man durch vorherige Regulirung der Concentration der Silberlösung; die gewöhnliche Lösung liefert nach dem Ende des Processes (bei  $20^{\circ}\text{C}$ . 8 bis 9 Min.) eine Schicht von der genannten Stärke; will man stärkere haben, so vergrößert man die Concentration oder wiederholt den Process mit frischer Lösung.

Bei der angegebenen Stärke der Schicht sieht man durch das Spectroskop bei nahezu senkrechter Incidenz außer dem Minimalstreifen in  $D$  und zwei verwaschenen und daher zur Messung nicht tauglichen im Roth und Blau einen zweiten deutlich bei  $C$ ; es sind daher 6 Viertelwellenlängen ( $D$ ) gleich 7 Vw. (b). Das Gewicht der Jodsilberschicht betrug 0,02670 Grm. und ihre Dichtigkeit wurde nach Deville<sup>1)</sup> zu 5,687 genommen. Demgemäß erhalten wir für die Brechungsindices des Jodsilbers für die Linien  $D$  und  $b$ , deren Wellenlängen in Luft (nach Ångström) 0,0005894<sup>mm</sup> und 0,0005166<sup>mm</sup> sind,

1) *Comptes rendus T. LXIV*, p. 323 und Pogg. Ann. Bd. CXXXII S. 309.

$$n(D) = \frac{6.5832 \cdot 5,687 \cdot 0,0005894}{2.26,70} = 2,197$$

$$n(b) = \frac{7.5832 \cdot 5,687 \cdot 0,0005166}{2.26,70} = 2,246$$

Ist die Jodsilberschicht 4 Viertelwellenlängen ( $D$ ) stark, so treten deutlich drei dunkle Streifen auf, deren Mitten ungefähr mit den Fraunhofer'schen Linien  $D$ ,  $F$ ,  $G$  zusammenfallen; hieraus folgt, daß (mit der annähernden Genauigkeit, welche bei dem Mangel an vergleichenden Spectralscalen möglich war) 4 Wellenlängen ( $D$ ) = 5 ( $F$ ) = 6 ( $G$ ) sind. Eine Schicht von dieser Dicke hatte die Oberfläche von 4877 Quadr. Mm. und wog 1470 Milligramm. Aus diesen Daten, in Verbindung mit dem oben angegebenen spec. Gewichte und den bekannten Wellenlängen der Linien  $D$ ,  $F$ ,  $G$  in Luft berechnen sich die Brechungsindices

$$n(D) = 2,202; \quad n(F) = 2,267; \quad n(G) = 2,409.$$

Die Dispersion des Jodsilbers ist hiernach, wenn auch geringer als die der undurchsichtigen Oxyde, welche ich früher a. a. O. bestimmt habe, doch noch bedeutender als die des Phosphors; sie ( $n(D) - n(G)$ ) beträgt etwa das 27fache von der des Wassers.

Zur Herstellung gleichmäÙig dicker Brom- und Chlorsilberschichten verfährt man in ähnlicher Weise wie beim Jodsilber. Die VorsichtsmaÙregeln, um gute Schichten zu bekommen, bestehen darin, daß die Einwirkung des möglichst trocknen und luftfreien Dampfes oder Gases möglichst schnell vor sich gehen muß. Uebersteigt die Dauer der Einwirkung eine gewisse Zeit, so verlieren die Schichten an Durchsichtigkeit und zeigen im Spectroskop keine oder undeutliche Interferenzstreifen; diese Störung tritt um so mehr hervor, je mehr das Chlor oder der Bromdampf mit Luft gemischt sind; sie scheint also in der Bildung von Oxychlorür oder Oxybromür ihren Grund zu haben. Man taucht die versilberten Glasplatten in Gläser, welche mit dem möglichst luftfreien Gase gefüllt sind; die Verwandlung des Silbers in Chlorsilber geschieht sehr schnell bei gewöhnlicher Temperatur; Brom greift das Silber etwas schwe-

rer als Chlor und Jod an; man erwärmt zweckmäfsig vorher die Platte und das den Bromdampf enthaltende gut bedeckte Glas in der Röhre eines Stubenofens. Sobald oder besser kurz bevor die letzte Spur von Silber verschwunden ist, entzieht man die Platte schnell der weiteren Einwirkung.

Für die Bestimmung der Brechungsindices wurden die oben genannten dünnen Glasplatten von 5832 und 4877 Quadr. Mm. Oberfläche benutzt; als spezifisches Gewicht des Bromsilbers wurde die Zahl 6,493, des Chlorsilbers 5,551 angenommen, welche ich für die geschmolzenen Salze gefunden und den von Karsten gegebenen 6,3534 und 5,458 vorgezogen habe, weil die mikroskopische Untersuchung gezeigt hat, dafs bei Nichtbeobachtung besonderer Vorsichtsmafsregeln die geschmolzenen Salze im Innern zahlreiche blasenförmige Hohlräume haben, welche das spezifische Gewicht vermindern. Die Zahlen 6,493 und 5,551 sind von ausgesuchten, fast völlig homogenen Stücken bestimmt. Aus je drei Bestimmungen ergaben sich für die Brechungsindices von

Bromsilber

$$n(D) = 2,261; \quad n(F) = 2,303; \quad n(G) = 2,360;$$

Chlorsilber

$$n(D) = 2,071; \quad n(F) = 2,101; \quad n(G) = 2,135.$$

Die Dispersion dieser beiden Körper ist also, obwohl immer noch stärker als die des Flintglases, weit geringer als die des Jodsilbers.

Was die Absorption betrifft, so lassen sich bei Jodsilber und Bromsilber die Minimalstreifen bis kurz hinter *G* beobachten; dort aber hören sie plötzlich auf, so dafs in der Nähe von *H* unter keinen Umständen ein Minimum zu beobachten ist. Bei Chlorsilber hingegen lassen sich noch schwache Minima bei *H* erkennen, während dieselben beim Kupferoxydul und den Superoxyden des Bleis, Mangans, Wismuths, Cobalts, Nickels schon bei *F* oder noch früher aufhören. Man kann daraus schliessen, dafs die Absorption des violetten Lichtes bei diesen Körpern so bedeutend ist,

dafs kein Strahl desselben auch die dünnsten Schichten mehr zu durchdringen vermag; weiter unten wird sich zeigen, wie dieser Schlufs durch directe Beobachtungen bei den Silberverbindungen bestätigt worden ist.

So viel mir bekannt, existiren in Bezug auf die Brechung des Lichtes in diesen Körpern nur zwei Beobachtungen; die eine von Descloiseaux <sup>1)</sup>, welchem es gelang, den Brechungsindex eines kleinen künstlichen Krystalls für gelbes Licht zu ermitteln; die andere von Fizeau <sup>2)</sup>, welcher durch Beobachtung des Polarisationswinkels des amorphen Jodids, wie er sagt, beinahe 2,246 fand. Für die genaue Bestimmung der Stärke dünner Silberschichten ist die Kenntnifs der Dispersion nothwendig; ich habe daher zur Controlle der erhaltenen Werthe noch eine zweite directe Methode angewendet, welche für Jodsilber mindestens ebenso genaue, für Chlor- und Bromsilber genauere Zahlen zu liefern vermag.

## II.

Jod-, Brom- und Chlorsilber sind noch hinreichend durchsichtig, um auch im amorphen Zustande eine directe Untersuchung durch prismatische Ablenkung zu gestatten. Der amorphe Zustand eines Körpers ist, nach den optischen Eigenschaften zu schliessen, ein einfacherer als der des Krystalls, es sind daher für alle Untersuchungen, welche Beziehungen zwischen der Brechung und der chemischen Zusammensetzung zum Zweck haben, die Constanten der Körper im amorphen Zustande vorzuziehen. Unsere drei Silbersalze theilen mit leider wenigen analogen Verbindungen die vorzügliche Eigenschaft, nach dem Schmelzen und Erstarren nicht zu krystallisiren. Chlor- und Bromsilber, bei Ausschluss der Luft geschmolzen, liefern durchsichtige glasähnliche Massen, Jodsilber bleibt bis etwa 140° C. klar, wird aber bei weiterem Erkalten plötzlich trübe, doch nicht

1) Vgl. Pogg. Ann. Bd. CXXXII, S. 296.

2) Compt. rend. 1861, T. LII, p. 273.



so undurchsichtig, daß sich aus einem kleinen Prisma kein Spectrum erhalten liefse.

Um solche Prismen herzustellen, schmelzt man zunächst reines Jodsilber, erhalten durch langsames Eingießen von Silbernitratlösung in wenig überschüssiges Jodammonium (verfährt man umgekehrt oder wendet die Silberlösung im Ueberschuß an, so erhält man stark lichtempfindliches, nicht reines Jodsilber), so zwischen zwei kleinen plan-parallelen Glasplatten, daß die Luft möglichst wenig Zutritt hat. Das schmelzende Jodsilber ist dunkel schwarzroth, betrachtet man durch die prismatische Schicht einen erleuchteten Spalt, so besteht das Spectrum aus einem dunkelrothen Streifen; derselbe bleibt ohne wesentliche Veränderung nach dem Erstarren. Dann färbt sich das brechbarere Ende allmählich gelb und schließlicb grün, während die Farbe des völlig glasklaren Jodsilbers bei reflectirtem Lichte von Roth nach und nach in Gelb übergeht. Plötzlich verschwindet das prächtige aus Roth, Gelb und Grün bestehende Spectrum, und es entwickelt sich bei weiterer Abkühlung bald darauf ein weit weniger lichtstarkes, aber fast doppelt so langes Spectrum mit allen Farben, und namentlich einem langen blauvioletten Theile. Dieses Spectrum ist weniger brechbar als das vorige. Die Farbe des Jodsilbers geht während der plötzlichen Aenderung des Spectrums vom intensiven Gelb in Gelblich-Weiß über; die Durchsichtigkeit nimmt dabei ab. Die Temperatur, bei welcher die Verwandlung vorsichgeht, ist immer dieselbe; sie bildet die Gränze zweier verschiedener Zustände des Jodsilbers.

Um diese Zustände näher kennen zu lernen, wurden die während der Abkühlung des geschmolzenenen Jodsilbers auftretenden Erscheinungen unter dem Mikroskop bei 90- bis 1700-facher Vergrößerung beobachtet. Bringt man eine dünne Schicht zwischen Glasplatten geschmolzenen Jodsilbers auf das Tischchen des Mikroskops und beobachtet im durchgehenden Lichte, so geht die blutrothe Farbe allmählich in Dunkelgelb über, welches bis zur Uebergangstemperatur rein Gelb wird. Dann tritt plötz-

lich eine Erscheinung ein, wie wenn eine gelbe zwischen zwei durchsichtigen Flächen befindliche capillare Flüssigkeitsschicht dadurch verschwindet, daß man die Flächen von einander entfernt, oder wie wenn eine capillare Flüssigkeitsschicht sehr schnell verdunstet. Man erkennt deutlich, wie einzelne Stellen des Jodsilbers im Gesichtsfelde den ersten, andere bereits den zweiten Zustand haben; beide sind durch scharfe Umrisse von einander getrennt; die Zeitdauer dieses Bildes habe ich bei verschiedenen dicken Glasplatten auf  $\frac{1}{6}$  bis  $\frac{1}{3}$  Secunde taxirt.

Aus diesen unter allen Umständen sich darbietenden Erscheinungen darf man schließen, daß derjenige feste Aggregatzustand, welchen das Jodsilber bei höherer Temperatur zeigt, darin besteht, daß ein Theil des Jods durch die Wärme von der Verbindung mit dem Silber sich trennt und von der restirenden Substanz in derselben Weise fest gehalten wird, wie ausgeglühte Holzkohle und ähnliche poröse Körper Dämpfe in ihrem Innern absorbiren. Das freie Jod müssen wir als im flüssigen Zustande absorbirt annehmen, weil das Spectrum kein Blau und Violet enthält und mit dem Absorptionsspectrum des festen und flüssigen Jods die größte Aehnlichkeit hat. Vielleicht werden diese und ähnliche Beobachtungen einiges Licht verbreiten über die Zustände, in welchen die von porösen Körpern absorbirten Gase oder Dämpfe sich befinden.

Wenn die eben skizzirte Vorstellung von den beiden Zuständen des Jodsilbers die richtige ist, so muß gelblich weißes Jodsilber, wenn man es bis zum Uebergangspunkt erwärmt, wieder in den andern Zustand übergehen; der weniger durchsichtige Körper muß durch Erwärmen wieder gelb und durchsichtiger werden und sein langes lichtschwaches Spectrum in das hellere kürzere und stärker brechbare übergehen. Es tritt nun zwar die gelbe, unter dem Mikroskop die Gestalt einer Flüssigkeit annehmende Färbung unter allen Umständen beim Uebergangspunkt ein; das andere Spectrum erhält man jedoch nur dann deutlich wieder, wenn der Winkel des Prismas nur wenige Grade be-

trägt. Dieser Umstand namentlich ist es, welcher Zweifel darüber entstehen läßt, ob man das geschmolzene Jodsilber in dem Zustande, in welchem es sich bei niedriger Temperatur befindet, noch krystallinisch nennen kann; es erscheint abnorm, daß ein krystallinischer Körper nach dem Zerfallen der Krystalle an Durchsichtigkeit gewinnen soll. Unter dem gewöhnlichen Mikroskop lassen sich Spuren einer krystallinischen Structur nicht entdecken; doch hat Descloizeaux<sup>1)</sup> durch Betrachtung des Körpers mittelst des Polarisationsmikroskops sich für die krystallinische Structur entschieden. Prismen mit größerem brechendem Winkel oder stärkere Schichten erlangen beim Erwärmen die frühere Durchsichtigkeit nicht wieder; dies ist indeß hauptsächlich die Folge einer größeren Anzahl feiner Risse und Spalten, welche durch die starke Volumveränderung des Körpers beim Uebergangspunkte auftreten und namentlich auch Verzerrungen der Prismenflächen verursachen.

Der Uebergangspunkt wurde auf folgende Weise ermittelt. In einem Becherglase wurde concentrirte Schwefelsäure im Sandbade bis 150° oder mehr erwärmt und das zwischen Glasplatten geschmolzene und bis zur goldgelben Farbe erhaltene Jodsilber an einem Platindraht neben der Thermometerkugel in der Flüssigkeit aufgehängt. Als die Temperatur auf 138°,6 gesunken war, begannen einzelne Stellen des gelben Jodsilbers plötzlich weiß zu werden; von diesen Stellen breitete sich die weiße Färbung, immer mit der gelben scharfe Gränzen bildend, weiter aus und war beendet als das Thermometer 137°,5 angab. Genau dieselben Temperaturen wurden erhalten, als statt der Schwefelsäure Petroleum zum Bade angewandt wurde. Demnach ist etwa 138° C. (des Quecksilberthermometers) die Temperatur, bei welcher der Uebergang aus dem einen Zustand in den andern stattfindet.

Zur Herstellung der Prismen wurde von einer Platte aus dünnem Spiegelglase die brechende Kante ermittelt und

1) Vgl. Fizeau a. a. O.

parallel derselben Stücke von  $\frac{1}{2}$  bis 1 Quadratzoll geschnitten. Diese werden alsdann so aufeinander gelegt, daß die brechenden Kanten entgegengesetzt fallen, wodurch der durch die Brechung in den Glasplatten bewirkte kleine Fehler fortgeht, wenn man auf das Minimum der Ablenkung eingestellt hat. Läßt man das zwischen zwei (unter einem Winkel von 5 bis 15 Grad) geneigten Platten geschmolzene Jodsilber an der Luft langsam erkalten, so haftet das geschmolzene Salz noch hinreichend fest; findet das Erkalten in einer erwärmten Flüssigkeit statt, so löst sich das Jodsilberprisma von den Gläsern los.

Für die Bestimmung der Brechungsindices so kleiner Prismen, deren Fläche kaum 1 Millim. breit ist, ist der Collimator wegen zu großer Lichtschwäche nachtheilig. Die Prismen wurden daher im Mittelpunkt eines Theilkreises, der Ablesungen von 5 zu 5 Secunden gestattete (die Benutzung desselben verdanke ich der Gefälligkeit des Hrn. Prof. Quincke), mit der brechenden Kante vertical aufgestellt und als Lichtquelle eine durch den starken Inductionsstrom eines großen Siemens'schen Funkeninductors leuchtend gemachte Wasserstoffröhre benutzt. Die Linien  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  erscheinen bei Chlorsilber ziemlich scharf, ebenso wie die Natriumlinie, welche stets, nachdem der Apparat einige Zeit in Thätigkeit war, mit großer Deutlichkeit auftrat; bei Brom- und Jodsilber wurde schon  $H_\gamma$  fast völlig absorbirt, bei letzterem sind alle Linien etwas verwaschen. Die Ablesungen geschahen in jedem Falle so, daß der verticale Faden des Fadenkreuzes die Breite der Linien halbirt; die Geißler'sche Röhre war in der Entfernung von etwa 1 Meter vom Mittelpunkt des Theilkreises aufgestellt.

Der brechende Winkel des zur Messung dienenden kleinen Jodsilberprisma's wurde zu  $8^\circ 8'$  bestimmt; eine genauere Bestimmung, welche das Winkelinstrument zuließe, konnte bei Jodsilber deswegen nicht erreicht werden, weil durch die Volumvergrößerung beim Uebergangspunkt die Begrenzungsflächen des Prisma's nicht ganz eben bleiben.

Zur Bestimmung der Constanten des Bromsilbers dienten zwei Prismen, deren brechende Winkel  $21^{\circ} 43' 55''$  und  $6^{\circ} 42' 30''$  betragen; die Winkel der beiden Chlorsilberprismen ergaben sich zu  $43^{\circ} 2'$  und  $24^{\circ} 33' 5''$ . Die folgende Tabelle stellt die Resultate der Beobachtungen dar:  $C$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $H_{\gamma}$  bedeuten die Natriumlinie und die drei Wasserstofflinien.

## Jodsilber.

Brechender Winkel des Prisma's  $8^{\circ} 8'$ .

	$C$	$D$	$F$	Aeußerst, Violett ( $G^?$ )
Minimum d. Ablenk.	$9^{\circ} 26'$	$9^{\circ} 40'$	$10^{\circ} 28'$	$11^{\circ} 30'$
Brechungsindex	2,1531	2,1816	2,2787	2,405

## Bromsilber 1.

Brechender Winkel des Prisma's:  $21^{\circ} 43' 55''$ .

Minimum d. Ablenk.	$28^{\circ} 5'$	$28^{\circ} 41' 40''$	$30^{\circ} 2'$
Brechungsindex	2,2340	2,2539	2,3155

## Bromsilber 2.

Brechender Winkel des Prisma's:  $6^{\circ} 42' 30''$ .

Minimum d. Ablenk.	$8^{\circ} 17' 30''$	$8^{\circ} 27' 30''$	$8^{\circ} 52'$
Brechungsindex	2,2323	2,2524	2,3126
Mittel	2,2331	2,2533	2,3140

## Chlorsilber 1.

Brechender Winkel des Prisma's:  $43^{\circ} 2'$ .

	$C$	$D$	$F$	$H_{\gamma}$
Minimum d. Ablenk.	$54^{\circ} 22' 30''$	$55^{\circ} 19' 30''$	$57^{\circ} 32'$	$59^{\circ} 50'$
Brechungsindex	2,0484	2,0632	2,0972	2,1318

## Chlorsilber 2.

Brechender Winkel des Prisma's  $24^{\circ} 33' 5''$ .

Minimum d. Ablenk.	$26^{\circ} 58'$	$27^{\circ} 22' 55''$	$28^{\circ} 20' 30''$	$29^{\circ} 19'$
Brechungsindex	2,0440	2,0591	2,0944	2,1295
Mittel	2,0462	2,0611	2,0958	2,1309

Diese Zahlen zeigen zunächst, ebenso wie die nach der ersten Methode erhaltenen, daß die Dispersion des Jodsilbers bei weitem am stärksten, die Brechungsindices des größten Theiles des Spectrums hingegen kleiner als die des Bromsilbers sind; wäre die Absorption der violetten Theile der Spectra beider Körper nicht so bedeutend, so würde man finden, daß ihre Brechungsindices im äußersten Violett coincidiren. Es war indeß auch bei dem stärksten Inductionsstrom nicht möglich, weder beim Jodsilber noch beim Bromsilber auch nur die Wasserstofflinie  $H_\gamma$  zu beobachten. Bei Anwendung der ersten Methode hingegen zeigten sich noch sehr deutlich dunkle Streifen bei  $G_2$ , welche die Bestimmung des Brechungsindex für  $G$  bei beiden Körpern zuliefen. Diese Beobachtungen scheinen zu bestätigen, daß das Aufhören der Interferenzstreifen einer fast vollkommenen Absorption entspricht.

Ferner mag hier noch bemerkt seyn, daß der aus meinen früheren Beobachtungen abstrahirte Satz, daß Körper von hervorragender Dispersion nur für die weniger brechbaren Strahlen merklich durchsichtig sind, auch für die untersuchten Silberverbindungen zutrifft, indem das stark dispersgirende Jodsilber vom violetten Theile des Spectrums am meisten, das Bromsilber weniger und das am schwächsten dispersgirende Chlorsilber am wenigsten absorbirt.

Die Temperatur betrug während der Beobachtungszeit  $19^\circ \text{C}$ . Mit steigender Temperatur nimmt beim Brom- und Chlorsilber die Brechung bis zum Schmelzpunkt ab; beim Erwärmen des Jodsilberprismas nimmt die Brechung ebenfalls ab, ohne bei dem von Fizeau angegebenen Dichtigkeitsmaximum ( $55^\circ \text{C}$ .) einen Wendepunkt zu zeigen, bis zu  $138^\circ \text{C}$ ., wo die beschriebene plötzliche starke Zunahme der Brechungsindices für Roth, Gelb und Grün stattfindet, während der brechbarere Theil des Spectrums verschwindet.

Vergleicht man die Brechungsindices des Jodsilber mit den nach der ersten Methode gefundenen, so ist die Uebereinstimmung eine hinreichende, um hieraus schließeln zu können, daß das gefällte und geschmolzene Jodsilber bei

gewöhnlicher Temperatur mit dem durch directe Verbindung von Silber und Jod erhaltenen identisch ist. In der That zeigen unter dem Mikroskop die dünnen durch Auflegen von Jod auf Silberspiegel dargestellten Schichten in Bezug auf Farbe, Structur und Veränderung durch die Wärme genau dasselbe Verhalten wie das geschmolzene und erstarrte Jodsilber.

Berlin, im December 1870.

---

**VI. Ueber die Messung des inneren Widerstandes voltaischer Ketten nach der Compensationsmethode; von W. Beetz.**

(Aus d. Sitzungsber. d. Münchener Akad. vom Hrn. Verf. übersandt.)

---

Die einzige brauchbare Methode, welche bisher zur Messung des inneren Widerstandes galvanischer Ketten vorgeschlagen ist, rührt von Hrn. v. Waltenhofen her<sup>1)</sup>. Sie ist eine Anwendung der Poggendorff'schen Compensationsmethode, und erlaubt den Widerstand der compensirten Kette in der Nähe des Compensationspunktes zu messen, also bei Stromstärken, welche keine bedeutende chemische Veränderung in der Leitungsflüssigkeit der Kette veranlassen. Alle übrigen Methoden, welche der Hauptsache nach auf die älteste, die Ohm'sche, zurückkommen, liefern unrichtige, oft ganz absurde Resultate. Hr. v. Waltenhofen hat gezeigt, daß der Grund hiervon nicht nur in der, auch in sogenannten constanten Ketten eintretenden Polarisation, sondern auch in der Veränderung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten zu suchen ist, welche durch die elektrolytischen Vorgänge in derselben bedingt wird. In Bezug auf Ketten, welche poröse Diaphragmen enthalten, darf auch der von der Stromstärke abhängige Betrag an

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXIV, S. 218.



Arbeit, welche für Fortführung der Flüssigkeit mit der Stromrichtung verbraucht wird, nicht außer Acht gelassen werden.

Aber während die Messungen elektromotorischer Kräfte und äußerer Widerstände durch die verschiedenen Compensationsmethoden und Brückencombinationen ganz und gar auf die Beobachtung eines Galvanoskops und auf die Ablesung von Rheostatenwerthen zurückgeführt sind, ist immer noch kein Verfahren benutzt worden, um durch gleich einfache Beobachtungen, ohne alle strommessende Apparate, innere Kettenwiderstände zu messen. Der Vortheil eines solchen Verfahrens besteht darin, daß es nur momentane Kettenschlüsse erfordert, während bei jeder Art von Strommessung, bei welcher die Stromstärke eine constante GröÙe angenommen hat, diese nur das Endresultat einer Reihe von Veränderungen in der elektromotorischen Kraft sowohl als im Widerstande ist. Durch sehr kurz dauernde Schließungen können allerdings diese Veränderungen auch nicht vollständig vermieden werden; aber es ist möglich, dieselben, wenigstens in den meisten Fällen, auf ein so geringes Maafs zurückzuführen, daß ihr Einfluß vernachlässigt werden darf.

Das Verfahren, welches ich für Messung innerer Kettenwiderstände anwende, beruht ebenfalls auf der Compensationsmethode, nur messe ich nicht den Widerstand der compensirten, sondern den der compensirenden Kette. Ich bediene mich hierzu desjenigen Compensationsverfahrens, welches Hr. E. du Bois-Reymond angegeben hat <sup>1)</sup>. Die Pole einer compensirenden Kette, deren electromotorische Kraft  $= E$  und deren innerer Widerstand  $= w$  sey, werden durch dicke Drähte mit den beiden Enden eines Compensatordrahtes vom Widerstande  $b$  verbunden. Am einen Ende dieses Compensatordrahtes (es soll das untere heißen) beginnt außerdem eine Zweigleitung, in welche hintereinander die zu compensirende Kette von der elektromotorischen Kraft  $e$  und ein Galvanometer eingeschaltet sind. Das zweite Ende dieser Zweigleitung schleift so auf dem

1) Abh. d. Akad. der Wissensch. zu Berlin. 1863, S. 107.



Widerstandseinheiten zu enthalten; für manche Fälle können indess auch mehrere wünschenswerth seyn, und deshalb sind die kleinen Siemens'schen Rheostaten, welche in Summa 500 Einheiten enthalten, ganz zweckmäßig. Vom Ende  $C$  dieses Rheostaten geht ein dicker Draht nach einer bei  $D$  befestigten Feder <sup>1)</sup>, welche, wenn sie gehoben und dann losgelassen wird, sich zuerst auf die Contactstelle  $H$  auflegt und dann mit einer einzigen Schwingung den Contact bei  $K$  auf sehr kurze Zeit herstellt.  $H$  ist mit dem  $+$  Pol der compensirenden Kette  $E$ ,  $B$  mit dem  $-$  Pol derselben durch dicke Kupferdrähte verbunden. Von  $K$  aus geht eine Leitung zum  $+$  Pol der zu compensirenden Kette  $e$ , deren  $-$  Pol durch die Leitung eines sehr empfindlichen, mit starker Dämpfung und einem compensirenden Stahlmagnet versehenen Spiegelgalvanometers  $G$  mit einem Schlitten  $S$  verbunden ist, welcher auf dem Compensatordraht hin und her geschoben werden kann. Die Kette  $e$  wird nun ganz in der von Hrn. du Bois-Reymond angegebenen Weise durch den Zweigstrom von  $E$  compensirt, während  $c$  irgend einen Werth (möglicher Weise den Werth 0) hat, dann wird ein anderes  $c$  eingeschaltet, und die Compensation noch einmal hergestellt, und dann  $w$  aus zwei Gleichungen von der Form

$$\frac{E}{e} = \frac{b' + w}{a'}$$

und

$$\frac{E}{e} = \frac{b'' + w}{a''}$$

gefunden, nämlich

$$w = \frac{a' b'' - a'' b'}{a'' - a'},$$

worin  $a'$  und  $a'' =$  der Summe der zugehörigen Werthe  $a + c$ ,  $b'$  und  $b'' =$  der Summe der zugehörigen  $b + c$  sind.

In vielen Fällen kann man sich aber durch das angegebene Verfahren eine zweite Gleichung zur Bestimmung von  $w$  nicht verschaffen. War z. B. die erste Gleichung

1) Mein Assistent, Hr. Edelmann, hat eine Vorrichtung construirt, durch welche das Aufheben und Loslassen der Feder stets in gleicher Weise erfolgt und den Contacten stets gleiche, beliebig kurze Dauern gegeben werden können.

$$\frac{E}{e} = \frac{b+w}{a},$$

so würde die nächste seyn

$$\frac{E}{e} = \frac{b+1+w}{a_1+1},$$

wo  $a_1$ , der neue Werth von  $a$ , nicht kleiner als 0 werden kann.

Ueber die Gränze

$$\frac{E}{e} = b + 1 + w$$

hinaus ist demnach keine Compensation mehr möglich, wenigstens nicht, so lange man die gebräuchlichen, von 1 zu 1 graduirten Stöpselrheostaten anwendet. Die Compensation kann aber immer wieder erreicht werden, wenn man auch am oberen Ende  $B$  des Compensators einen Rheostaten  $BF$  anbringt, durch den man dem Widerstande  $b$  beliebige neue Widerstände  $d$  hinzufügen kann. Im Ausdrucke für  $w$  bedeuten dann  $b'$  und  $b''$  die zugehörigen Summen  $b + c + d$ , während  $a'$  und  $a''$  ihre frühere Bedeutung behalten.

Zur Prüfung der Brauchbarkeit dieser Meßmethode habe ich zunächst Thermosäulen angewandt. Dieselben bestehen aus 2 Millimeter dicken Eisen- und Neusilberdrähten, welche  $U$ -förmig gebogen sind, so daß der 20 Centimeter lange, mittlere Theil auf einem horizontal liegenden Brett befestigt ist, während die äußeren 12 Centimeter langen Stücke vertical herabhängen. Durch Aneinanderlöthen je zweier Drathenden sind zwölf Thermolemente gebildet, deren Löthstellen in zwei parallelen Reihen einander gegenüber stehen. Die eine Reihe befindet sich in einem Blechkasten von siedenden Wasserdämpfen umgeben, deren Temperatur während der ganzen Versuchsreihe fast constant  $98^{\circ},1$  war. Die andere Reihe taucht in einen Blechkasten, durch welchen ein lebhafter Wasserstrom aus der Wasserleitung geht. Die Temperatur dieses Wassers war nicht ganz constant. Das ist indeß ganz gleichgültig, da die Schwankung alle Elemente

in gleichem Grade trifft; nur muß innerhalb der gegebenen Gränzen die elektromotorische Kraft der Elemente der Temperaturdifferenz proportional bleiben, was hier weitaus der Fall ist. - Der horizontale Theil der Drähte wurde durch Auflegen von feuchtem Fließpapier vor zu starker Erwärmung geschützt. Jedes Element ist an der in das Wasser eintauchenden Seite von einer Glasröhre umgeben, um jede mögliche, wenn auch unwahrscheinliche, Nebenleitung durch das Wasser auszuschließen. Eine Anzahl dieser Thermo-Elemente konnte nun als compensirende, eine andere Anzahl (1 oder 2) als compensirte Kette benutzt werden. Die Anwendung des Federschlüssels erwies sich für die Messung an Thermoelementen als überflüssig; die compensirende Kette konnte fest geschlossen werden; die von der compensirten und dem Galvanometer kommende Leitung wurde dann mittelst des Schlittens *S* ebenfalls geschlossen, bis auf eine Unterbrechung, welche durch einen du Bois'schen Schlüssel kurz hergestellt wird, während man das Bild der Scale im Galvanometerspiegel beobachtet. In dieser Weise ausgeführt sind die beiden zu einer Bestimmung von  $w$  nöthigen Versuchsreihen, sobald man sich einige Uebung angeeignet hat, in weniger als einer halben Minute vollendet, während die Anwendung des Federschlüssels etwas mehr Zeit erfordert. Die erhaltenen Zahlen waren folgende:

<i>E</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>w</i>	$\frac{E}{e}$
II	I	0	0,7	0	0,412	0,132	2,02
		1		1	0,402		
II a	I	0		0	0,411	0,132	2,02
		1		1	0,399		
VI	II	0		0	0,346	0,346	3,00
		1		1	0,012		
		1		0	0,677		
X	II	0		0	0,250	0,567	5,04
		1		0	0,448		
		2		0	0,643	0,573	5,07

$E$	$e$	$d$	$b$	$c$	$a$	$w$	$\frac{e}{E}$
VIII	1	0		0	0,140		
		1		0	0,262	0,447	8,19
		2		0	0,385	0,443	8,16
		3		0	0,507	0,444	8,17
		4		0	0,629	0,445	8,18
X	1	1		0	0,221		
		2		0	0,319	0,555	10,20
		3		0	0,417	0,552	10,18
		4		0	0,514	0,562	10,23

Die Rubrik  $E$  enthält die Anzahl der compensirenden,  $e$  die der compensirten Elemente. Die Bezeichnung IIa bedeutet, daß die beiden Elemente andere waren, als die in der vorigen Reihe benutzten. Die Rubrik  $\frac{E}{e}$  enthält das, mit Zugrundelegung des gefundenen Widerstandes  $w$  berechnete Verhältniß der beiden elektromotorischen Kräfte. Wenn als compensirte Kette nur ein Element benutzt wurde, so fällt dies Verhältniß etwas zu groß aus; wahrscheinlich war die Kraft  $e$  dieses einen Elementes in der That etwas kleiner als das der übrigen, weil es das letzte in der Reihe ist, und in ihm die Temperaturdifferenz etwas kleiner seyn konnte, als in den inneren Elementen. Jedenfalls aber zeigt ein Blick auf die Tabelle, daß sowohl die Widerstände  $w$ , als die Verhältnisse  $\frac{E}{e}$  bei verschiedenen Werthen von  $c$  und  $d$  merklich gleich ausfallen und mit Sicherheit bestimmt werden können.

Um den Widerstand hydroelektrischer Ketten zu bestimmen, ist die Anwendung des Federschlüssels unentbehrlich. Arbeitet man mit constanten Ketten, so ist wohl auch bei festem Schluß der compensirenden Kette ein annähernd richtiges Resultat zu bekommen; die Veränderung des Widerstandes mit der Stromstärke macht sich aber schon merklich, so daß man für verschiedene Werthe von  $c$  und  $d$  auch abweichende von  $w$  erhält; außerdem ändert sich der Widerstand des Compensatordrahtes durch die Erwärmung.

Folgende Messungen wurden mit Federschluss angestellt; bei den Reihen VI bis VIII befand sich noch ein älterer Draht vom Widerstande 1,821 auf dem Compensator.

Reihe	$E$	$e$	$d$	$b$	$c$	$a$	$w$	$\frac{E}{e}$
I	1 Grove	1 Daniell	0	0,7	0	0,596		
			0		1	0,207	0,275	1,636
			1		2	0,423	0,278	1,641
	1 Grove	1 Lecl.	1		3	0,041	0,275	1,636
			0		0	0,699		
			0		1	0,407	0,287	1,411
			0		2	0,167	0,286	1,411
			1		3	0,531	0,286	1,411
	1 Grove	1 Stöhrer	0		1	0,542		
			0		2	0,316	0,292	1,292
			0		3	0,087	0,296	1,294
			1		4	0,620	0,303	1,298
II	3 Lecl.	1 Daniell	0		2	0,084		
			1		2	0,375	4,458	3,440
			2		2	0,664	4,486	3,448
	3 Lecl.	1 Grove	0		4	0,541		
			1		5	0,529	4,489	2,024
			2		6	0,500	4,548	2,036
III	4 Stöhrer	1 Grove	0		1	0,013		
			1		1	0,440	0,612	2,341
			2		2	0,269	0,719	2,388
	4 Stöhrer	1 Daniell	1		0	0,618		
			2		1	0,119	0,767	3,992
			3		1	0,371	0,762	3,983
	1 Bunsen	1 Daniell	0		0	0,465		
			1		1	0,646	0,087	1,692
			1		2	0,234	0,085	1,692
V	2 Daniell	1 Daniell	0		2	0,328		
			1		3	0,341	1,896	1,974
			2		4	0,350	1,905	1,978
			3		5	0,352	1,915	1,982
VI	2 Grove	1 Grove						
	$\alpha + \beta$	$\gamma$	0	1,821	0	1,396		
			0		2	0,409	0,936	0,975



Reihe	$E$	$e$	$d$	$b$	$c$	$a$	$w$	$\frac{E}{e}$
VII	$\beta + \gamma$	$\alpha$	0	1,821	0	1,422		
			0		2	0,446	0,956	1,940
	$\gamma + \alpha$	$\beta$	0		0	1,451		
			0		2	0,478	1,008	1,950
	$\gamma + \alpha$	1 Daniell	0		0	0,856		
			0		1	0,158	1,015	3,313
	$\gamma + \alpha$	1 Bunsen	0		0	1,577		
			0		2	0,673	1,056	1,832
	3 Meid.	1 Daniell	0		5	1,450		
			0		7	0,165	11,221	2,797
VIII	3 Meid.	1 Grove	0		16	1,550		
					19	0,350	11,428	1,666
VIII	1 Grove	1 Meid.	0		0	1,004		
			0		2	0,042	0,125	1,938

Man überzeugt sich leicht, daß die Methode ganz befriedigende Resultate liefert, insofern der Widerstand ein und derselben Kette, welche unter  $E$  in derselben Reihe aufgeführt ist, nahezu gleich gefunden wird, man mag als  $e$  anwenden, welche Kette man will, und  $d$  und  $c$  mögen noch so verschieden gewählt werden. Allerdings zeigt sich bei vielen Ketten eine gewisse Regelmäßigkeit in der Zunahme der Widerstände; dieselbe hängt aber nicht von der Methode ab, sondern in der That in einer allmählichen Widerstandszunahme, denn immer die später angestellte Messung giebt größere Werthe.

Wiewohl die mitgetheilten Zahlen zunächst keinen anderen Zweck haben als den, die Brauchbarkeit meiner Methode zu bestätigen, so erlaube ich mir doch noch, an dieselben einige weitere Bemerkungen zu knüpfen.

Hr. von Waltenhofen hat den Satz ausgesprochen<sup>1)</sup>, die elektromotorische Kraft der untersuchenden Kette stelle

1) Sitzungsberichte d. Akad. d. Wiss. zu Wien. Bd. XLIX. Sonderabdruck S. 11.

sich kleiner oder größer heraus, je nachdem sie bei der Messung als compensirende oder als compensirte Stromquelle in Anwendung war. Die Reihen V und VI bestätigen das auch bei meinen Versuchen, trotzdem der Kettenschluss nur eine sehr kurze Dauer hat, was übrigens nicht Wunder nehmen kann, wenn man sich erinnert, einen wie bedeutenden Betrag die Polarisation nach Hrn. Edlund's Versuchen <sup>1)</sup> schon in sehr kurzer Zeit erreicht. Aus Reihe V ergibt sich, das die zwei compensirenden Daniell'schen Elemente im Mittel nur die elektromotorische Kraft 1,978 *D* hatten, eine derselben also = 0,989 *D* war.

In Reihe VI sind 3 Grove'sche Elemente so mit einander verglichen, dass zwei derselben der Reihe nach compensirend waren ( $\alpha + \beta$ ), die dritte  $\gamma$  compensirt. Um möglicherweise vorhandene Ungleichheiten auszugleichen, wurden die Elemente der Reihe nach gewechselt. Im Mittel sind dann zwei derselben = 1,955 Gr.; also eins = 0,977 Gr.

Das Verhältniss 1 Grove : 1 Daniell folgt aus der Messung unmittelbar aus Reihe I wie 1,639 : 1, aus VI wie 1,656 : 1, im Mittel wie 1,647 : 1. Das wahre Verhältniss zweier elektromotorischen Kräfte wird man aber immer nur erhalten, wenn man die zu vergleichenden Ketten nacheinander als compensirte anwendet, während eine dritte beidemale als compensirende gebraucht wird. Nimmt man als letztere ein Grovesches Element, so ist dessen elektromotorische Kraft gleich folgenden elektromotorischen Kräften, welche als Mittelzahlen der vorstehenden Tabelle entnommen sind:

$$\begin{aligned}
 1 \text{ Grove} &= 0,916 \text{ Bunsen} \\
 &= 0,977 \text{ Grove} \\
 &= 1,295 \text{ Stöhrer} \\
 &= 1,411 \text{ Leclanché} \\
 &= 1,647 \text{ Daniell} \\
 &= 1,938 \text{ Meidinger}
 \end{aligned}$$

und wenn die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen

1) Pogg. Ann. Bd. LXXXV, S. 209.

Elementes = 1 gesetzt wird, so berechnen sich die Kräfte der übrigen Elemente:

1 Bunsen	= 1,799 D
1 Grove	= 1,684 "
1 Stöhrer	= 1,272 "
1 Leclanché	= 1,167 "
1 Meidinger	= 0,849 "

Das Verhältniß der elektromotorischen Kräfte einer Groveschen und eines Daniellschen Elementes ist in den obigen Versuchen durch vier verschiedene compensirende Ketten hergestellt; es ergibt sich aus

Reihe	E	e	$\frac{E}{e}$	1 Grove
II	3 Leclanché	1 Daniell	3,444	
		1 Grove	2,030	1,696 D
III	4 Stöhrer	1 Daniell	3,987	
		1 Grove	2,364	1,687
VII	3 Meidinger	1 Daniell	2,797	
		1 Grove	1,666	1,677
VI	2 Grove	1 Daniell	3,313	
		1 Grove	1,950	1,698

Diese Zahlen beziehen sich natürlich auf die gerade angewandten Exemplare der verschiedenen Art; über diese muß deshalb noch etwas gesagt werden.

Das Daniellsche Element, das ich als compensirtes jedesmal anwende, wenn es nur darauf ankommt, den Widerstand  $w$  einer gegebenen Kette zu finden, besteht aus einem Becherglase, welches einen amalgamirten Zinkcylinder und sehr verdünnte Schwefelsäure, und einem ebensolchen Glase welches einen Kupfercylinder und Kupfervitriollösung enthält. Soll das Element, das stets bereit steht, gebraucht werden, so verbindet man beide Flüssigkeiten durch ein weites, heberartiges Rohr, dessen Enden mit Membranen geschlossen sind, und das durch ein Ansatzrohr mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt werden kann. In diesem Element findet so gut wie keine Ueberführung von Kupfer-

trior zur Schwefelsäure statt, wenn man das Rohr öfter frisch füllt. Das leichte Zusammensetzen und Auseinandernehmen empfiehlt das Element für solche Messungen. Sein innerer Widerstand ist groß; das ist aber für den vorliegenden Fall gleichgültig. Die Daniellschen Elemente, welche in Reihe V gebraucht wurden, sind nur 6 Centimeter hoch, daher ihr großer Widerstand.

Für die Grove'schen Elemente (mit 22 Centim. langen, 6 Centim. breiten Platinplatten, in käufliche Salpetersäure tauchend, und mit amalgamirtem Zinkcylinder in verdünnter Schwefelsäure) findet sich wieder die ziemlich hohe elektromotorische Kraft 1,684; indess giebt eine der Messungen des Hrn. von Waltenhofen<sup>1)</sup> die sogar noch größere Zahl 1,6926.

Das Bunsen'sche Element hat eine sehr gute Gaskohle, und daher eine sehr hohe elektromotorische Kraft.

Die Störmer'schen Elemente gehören zu einer viel gebrauchten Versenkbatterie; die angegebene Kraft ist wohl die, die eine gut gehaltene Batterie der Art zu liefern pflegt, denn die im ersten Moment der Zusammensetzung vorhandene weit höhere nimmt schnell ab.

Die Meidinger Elemente sind aus einer seit einem Jahr zusammengestellten für telegraphische Zwecke benutzten Batterie genommen. Sie sind stark verbraucht, das Zink mit Kupfer bedeckt. Ich nahm absichtlich solche alten Elemente, um zu sehen, ob meine Methode doch an ihnen ausführbar sey. Frische Elemente haben eine weit höhere elektromotorische Kraft.

Auch die Leclanché-Elemente sind aus einer viel gebrauchten Glockenbatterie entnommen. Ueber diese vortrefflichen Elemente sind sehr verschiedene Ausgaben gemacht, nämlich von Hrn. Leclanché selbst<sup>2)</sup>, dann von Hrn. Hitzig<sup>3)</sup> und von Hrn. J. Müller<sup>4)</sup>. Die Elemente,

1) A. a. O. S. 10.

2) Dingl. pol. Journal Bd. 188, S. 97.

3) Berliner klinische Wochenschrift 1867. No. 48.

4) Pogg. Ann. Bd. CXL, S. 308.

deren Constanten wir bestimmt haben, sind sämmtlich die, welche Hr. Leclanché die mittleren nennt (Diaphragma 15 Cm. hoch, 6 Cm. Durchmesser). Als elektromotorische Kraft eines solchen Elementes giebt Hr. Leclanché die Zahl 1,382, Hr. Müller 0,896, Hr. Hitzig 1,5, während ich 1,167 gefunden habe, die Kraft eines Daniell'schen Elementes = 1 gesetzt. Ich habe schon bemerkt, daß meine Elemente schon stark gebraucht waren, so daß 1,167 gewifs eine sehr niedrige Zahl ist. Für den Widerstand giebt Hr. Leclanché 550 Meter eines Eisendrahts von 4<sup>mm</sup> Durchmesser. Indem Hr. Müller diesen Widerstand auf Q. E. reducirte, hat er das Versehen begangen, 4<sup>mm</sup> als Halbmesser anzurechnen, statt als Durchmesser; der genannte Widerstand ist demnach nicht 1,4, sondern 5,25. Hr. Müller selbst fand 1,89, Hr. Hitzig 7 (wobei aber die Salmiaklösung nur von mittlerer Concentration war). Die vier verschiedenen Untersuchungen haben also ergeben:

	Leclanché	Müller	Hitzig	Beetz
elektrom. Kraft	1,382	0,896	1,5	1,167
Widerstand	5,25	1,89	7	1,5.

Wenn man nun auch zugiebt, daß auf die individuelle Beschaffenheit der Elemente viel ankommt, namentlich auf die Dichtigkeit der Diaphragmen, auf die Concentration der Lösung und die Höhe, bis zu welcher die Gläser gefüllt werden; so sind die Unterschiede in den verschiedenen Angaben doch so groß, daß sie größtentheils durch die angewandten Meßmethoden veranlaßt sind, worauf auch Hr. Müller bereits hingewiesen hat. Die Reihe II spricht dafür, daß meine Methode auch hier sehr gute Dienste geleistet hat.

Ich habe auch versucht, die Widerstände ganz inconstanter Säulen, z. B. einer Wasserbatterie von 50 Kupfer-Zinkstreifen von etwa 3 Cm. Länge und 1 Cm. Breite zu bestimmen. Bei solchen Säulen ändert sich aber der Widerstand beständig, und zwar um sehr bedeutende Größen; natürlich muß der geringste Oxydniederschlag auf jeder Zinkfläche einen Widerstand von ungeheurer Größe ein-

führen. Für solche Säulen dürfte aber auch nicht leicht eine andere Methode aufgefunden werden, und wird eine genaue Bestimmung ihres Widerstandes wohl nicht leicht Jemandem ein Interesse einflößen.

---

VII. *Ueber die elektromotorische Kraft der Induction in flüssigen Leitern;*  
*von Dr. L. Hermann, Prof. der Physiologie*  
*in Zürich.*

---

Bei Gelegenheit von Versuchen über Erregung des Nerven durch Induction in ihm selbst, welche ich an einem anderen Orte mittheilen werde, drängte sich mir die Frage auf, ob die elektromotorische Kraft der von Faraday (s. diese Annalen Bd. 92, S. 299) nachgewiesenen Induction in flüssigen Leitern dieselbe sey wie (unter sonst gleichen Umständen) in metallischen. Da unter den letzteren bekanntlich die inducirte Kraft von der Natur des Metalls unabhängig ist, so fragte es sich, ob diese Unabhängigkeit von der Natur des inducirten Leiters sich auch auf Flüssigkeiten, also auf alle Leiter erstreckt. Versuche über diese Frage existiren bisher meines Wissens nicht.

Ich habe drei Versuchsreihen mit verschiedenen Vorrichtungen angestellt, von denen ich, da alle drei zu demselben Resultat geführt haben, nur die bestgelungene mittheile.

In eine mit der Busssole verbundene metallische Leitung war ein 179<sup>cm</sup> langer Kautschuckschlauch von der Art der gewöhnlichen Gasleitungsschläuche (äusserer Durchmesser 13, innerer 7<sup>mm</sup>) eingeschaltet; in die beiden Enden waren amalgamirte Zinkcylinder fest eingeschnürt, und der Schlauch ganz und gar mit gesättigter Zinkvitriollösung angefüllt. Es sollten nun die Intensitäten des inducirten Stromes ver-

glichen werden, je nachdem der flüssige Theil oder ein entsprechender Theil der metallischen Leitung oder beide zugleich dem inducirenden Einflusse unterworfen wurden.

Als Inductor diente ein starker Ruhmkorff'scher Elektromagnet, wie er zur Untersuchung der Wirkung auf die Polarisationssebene benutzt wird (abgebildet u. A. in Wiedemann, Galvanismus, Bd. II, S. 269), derselbe wurde mir aus der physikalischen Sammlung des eidgenöss. Polytechnicums von deren Direction gütigst zur Verfügung gestellt); der erregende Strom wurde von zwei nebeneinander angeordneten Reihen von je vier Bunsen'schen Elementen geliefert. Die beiden Rollen wurden mit cylindrischen Polen von 65<sup>mm</sup> Durchmesser und ebenen Endflächen versehen, und beide so zusammengeschoben, daß beide Pole einen 55<sup>mm</sup> langen Cylinder zwischen den Spiralen bildeten. Um diesen wurde zuerst der Kautschuckschlauch in 6 Windungen herumgeschlungen, dann in einer weiteren Versuchsreihe gleichzeitig mit ihm ein Theil der metallischen Leitung in ebenfalls 6 Windungen von annähernd gleichem Radius, endlich wurde der Kautschuckschlauch entfernt, und nur die Drahtwindungen belassen. Die Continuität des inducirten Kreises blieb während der ganzen Versuche dieselbe.

Die Bussole war eine höchst empfindliche Wiedemann'sche mit durch hinlängliche Astatisirung aperiodisch gemachtem Magnete. Die sehr geringe Ungleichartigkeit der Zinkelektroden im Schlauche bewirkte eine geringe während des ganzen Versuchs fast constante Ablenkung, die nicht störend ist, weil der inducirte Kreis stets geschlossen bleibt. Der Elektromagnet befand sich in so großer Entfernung von der Bussole, als es mein Laboratorium gestattete; er war in einem andern Zimmer in gerader Linie 14,6 Meter entfernt aufgestellt. Die Oeffnungen und Schließungen desselben geschahen durch einen Assistenten auf Glockensignale, die von dem an Fernrohr sitzenden Beobachter gegeben wurden. Der Elektromagnet wurde vor dem Versuche so lange um die Verticale gedreht, bis die Wirkung seiner



Oeffnung und Schliessung auf den Spiegel bei offenem Bus-  
solkreis vollkommen Null war. Der primäre Strom wurde  
abwechselnd in beiden Richtungen, die ich *A* und *B* nen-  
nen will, durch den Elektromagneten geleitet.

Folgendes sind nun die erhaltenen Inductions ausschläge,  
genau in der Reihenfolge in der sie erhalten wurden. Vor  
Versuch 1 war der Elektromagnet kurze Zeit in der Rich-  
tung *A* durchströmt gewesen.

I. Induction auf den flüssigen Leiter (6 Windungen).

Versuch No.	Richtung des pri- mären Stroms im Elektromagneten	Inductions ausschlag in Scal- theilen	
		bei Schliessung	bei Oeffnung
1.	<i>B.</i>	196*	88
2.	<i>B.</i>	77	86
3.	<i>B.</i>	86	86
4.	<i>A.</i>	198*	88
5.	<i>A.</i>	89	86
6.	<i>A.</i>	89	85
7.	<i>B.</i>	192*	86
8.	<i>B.</i>	98	88
9.	<i>B.</i>	90	86
10.	<i>B.</i>	94	86
11.	<i>A.</i>	203*	88
12.	<i>A.</i>	92	87
13.	<i>A.</i>	90	86
14.	<i>A.</i>	86	84

Mittel (mit Ausschluss der mit

\* bezeichneten Ausschläge      89,1      86,4.

II. Gleichzeitige und gleichsinnige Induction auf 6 flüssige und  
6 metallische Windungen.

15.	<i>B.</i>	375*	171
16.	<i>B.</i>	173	168
17.	<i>B.</i>	169	163
18.	<i>A.</i>	381*	169
19.	<i>A.</i>	171	168
20.	<i>A.</i>	173	166
21.	<i>A.</i>	176	166
Mittel (wie oben)		172,4	167,3.

III. Gleichzeitige, aber conträre Induction auf 6 flüssige und 6 metallische Windungen.

Versuch No.	Richtung des primären Stroms im Elektromagneten	Inductions ausschlag in Scalentheilen	
		bei Schließung	bei Oeffnung
22.	A.	3	5
23.	A.	4	6
24.	A.	6	7
25.	B.	26*	8
26.	B.	8	7
27.	B.	8,5	8
Mittel (wie oben)		5,9	6,8.

IV. Induction auf 6 metallische Windungen.

28.	B.	85	83
29.	B.	83	83
30.	B.	84	84
31.	A.	189*	84
32.	A.	89	83
33.	A.	88	83
Mittel (wie oben)		85,8	83,3.

Die Versuche beweisen also mit Sicherheit (da der Widerstand im inducirten Kreise bei allen Versuchen derselbe ist), *dass die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes von der Natur des inducirten Leiters in den weitesten Grenzen völlig unabhängig ist.* Die Induction ist in den Reihen I und IV annähernd gleich, in der Reihe II annähernd doppelt so groß, und in der Reihe III annähernd Null. Dass diese Verhältnisse *genau* ausfallen würden, war natürlich nicht zu erwarten, besonders da auch auf andere Theile der Leitung außer den Windungen, schwache Induction stattfindet und diese Theile bei den Versuchsanordnungen etwas ihre Lage ändern, endlich da die Anzahl der Umgänge nicht genau auf sechs volle Windungen beschränkt seyn kann.

Nach jeder Aenderung der Stromrichtung im Elektromagneten liefert die erste Schließung regelmäßig einen un-

gewöhnlich starken Inductionsstrom (die betreffenden Zahlen sind durch \* bezeichnet, und bei der Berechnung des Mittels nicht berücksichtigt). Diese Erscheinung rührt ohne Zweifel davon her, daß der (in sich geschlossene) Elektromagnet nach der Oeffnung des Stromes einen hohen Grad von permanentem Magnetismus behält, so daß bei Aenderung der Stromrichtung nicht bloß ein Magnetischwerden, sondern zugleich eine Umkehr der Pole stattfindet, was natürlich eine viel stärkere Induction bewirken muß. Daraus daß letztere mehr als das Doppelte der gewöhnlichen beträgt, kann man schliessen, daß der Magnet beim Oeffnen mehr als ein Drittel seines Magnetismus zurückhält. Ferner bemerkt man, daß in den weitaus meisten Fällen der Schließungsinductionsstrom ein wenig stärker ist als der Oeffnungsstrom, und daß die Stärke des ersteren etwas größeren Schwankungen unterliegt. Auch dies ist leicht zu erklären: beim Oeffnen verliert der Magnet immer dasselbe Quantum von Magnetismus; auf diese plötzliche Abnahme folgt dann noch eine weitere langsame; die Zunahme des Magnetismus im Moment der Schließung wird also stets etwas größer seyn als die Abnahme im Moment der Oeffnung, und war um so größer, je länger die Pause zwischen zwei Versuchen ist. (Ganz dieselben Erscheinungen zeigten sich auch bei den beiden anderen Versuchsreihen, in der einen diente als Inductor wieder der Elektromagnet, zwischen dessen Polen aber ein 149<sup>mm</sup> langer, 16<sup>mm</sup> dicker Eisencylinder mit abgeschliffenen Endflächen eingeschaltet war; auf diesen war eine mit Zinklösung gefüllte Glasspirale von 14 Windungen (30<sup>mm</sup> Windungsbreite) aufgeschoben; bei der anderen benutzte ich einen an anderem Orte zu beschreibenden Inductor, den ich für die Nerveninduction construirt habe und der für sehr kurze inducirte Leiter berechnet ist; hier wurde ein einfaches gerades Glasrohr, resp. Metalldraht, zur Induction verwandt.)

Zürich, 1. April 1871.

# VIII. Ueber das Huyghens'sche Ocular; von J. B. Listing.

(Aus d. Götting. Nachrichten, 1871, vom Hrn. Verf. übersandt.)

Die gegenwärtige Mittheilung bezweckt die obwohl elementare, doch noch nicht im Detail durchgeführte Erörterung der dioptrischen Cardinalpunkte des sog. Huyghens'schen Oculars, welches einen der frequentesten Bestandtheile sowohl des Fernrohrs als des Mikroskops bildet, und sogar in dem vier- oder fünfglasigen terrestrischen Ocular wesentlich in den beiden letzten Linsen wiedergefunden wird. Dasselbe wird zuweilen unter der Benennung »negatives« Ocular dem »positiven« oder Ramsden'schen gegenübergestellt. Diese Unterscheidung bezieht sich aber nicht etwa auf das Vorzeichen der aequivalenten Brennweite, welche bei beiden positiv ist, während sie bekanntlich nur bei dem Ocular des Galiläi'schen Fernrohrs (Opernglas, Feldstecher) als negativ zu betrachten ist, so daß letzteres Ocular mit größerem Fug ein negatives genannt werden dürfte. Der durch diese Bezeichnung bezielte Gegensatz liegt vielmehr darin, daß das zur Aufnahme eines Fadenkreuzes oder Mikrometers geeignete Diaphragma im Ramsden'schen Ocular vor der ersten Linse, im Huyghens'schen dagegen hinter der ersten, d. h. zwischen beiden Linsen seinen Platz findet. Daran aber, daß im Huyghens'schen Ocular das Interstitium zwischen den beiden seinem Aequivalent zukommenden Hauptpunkten, wie sich nachher ergeben wird, negativ ist, hat wohl Niemand bei jener Benennung gedacht.

Wie bekannt wird das Huyghens'sche Ocular gewöhnlich aus zwei planconvexen Linsen von gleicher Glassorte, meistens Crown Glas, zusammengesetzt, einer größeren, dem sog. Collectiv oder Feldglas, und einer kleineren stärkeren, d. h. von kürzerer Brennweite, dem sog. Augenglas, beide

mit der Convexseite dem eintretenden Licht zugekehrt<sup>1)</sup>. Die Entfernung zwischen beiden Linsen steht ihrer Größe nach jedenfalls zwischen den beiden Brennweiten der Bestandtheile, so daß also der zweite (hintere) Brennpunkt der ersten Linse hinter die zweite Linse, der erste (vordere) Brennpunkt der zweiten Linse dagegen nicht vor die erste Linse, wie im Ramsden'schen Ocular, sondern zwischen beide Linsen fällt. Dieser letztere Punkt giebt zugleich den Platz des Diaphragmas sammt etwaigem Fadenkreuz oder Mikrometer, wenigstens in dem normalen Falle eines weit-sichtigen, auf parallele Strahlen accommodirten Auges.

Die Bedingung der möglichsten Achromaticität hat zu der Regel geführt, daß Brennweite der ersten Linse, Distanz beider Linsen und Brennweite der zweiten Linse im Verhältniß von 3 : 2 : 1 stehen müssen, und diesen einfachen Typus findet man meistens an den Fernrohr-Ocularen von guten Künstlern befolgt, während man bei den Ocularen der Mikroskope, zumal in neuerer Zeit, kleinere oder größere Abweichungen von diesem einfachen Zahlenverhältniß antrifft, meistens bestehend in einer Vergrößerung der dritten Zahl, neben kleineren Variationen der zweiten in Plus oder Minus; auch findet man nicht selten die Augenlinse statt planconvex in Gestalt eines Meniskus mit schwacher Concavität der zweiten dem Auge zugekehrten Fläche, sowie bei älteren englischen Instrumenten, namentlich den terrestrischen Fernrohr-ocularen, biconvexe Linsen. Die Discussion der Motive zu diesen Variationen liegt außerhalb des Zweckes dieser Mittheilung und würde nicht ohne Eingehen auf den Bau und die optischen Besonderheiten auch des Mikroskop-Objectivs erledigt werden können. Es

1) Zuweilen wird die erste Linse für sich, anderemale das ganze Ocular auch nach dem seiner Zeit berühmt gewesenen Optiker Campani zu Bologna benannt. Wie der Ausdruck »das Nicol« und ähnliche bereits geläufig geworden, so dürfte sich die Bezeichnung »das Huyghens«, »das Ramsden« für das gleichnamige Ocular, und (zumal mit einer Wortspiel-Prägung) »das Campani« für die erste Linse des Huyghens'schen Oculars empfehlen.

sey nur bemerkt, daß der erwähnte Typus 3:2:1 sich auf die Voraussetzung eines farbenfreien, aplanatischen, winkeltreuen und planen Objectivbildes stützt, welche gute Objective im Fernrohr mit großer Annäherung erfüllen, was in gleichem Maasse selbst in guten Mikroskopen nach allen vier Beziehungen zugleich nicht der Fall zu seyn pflegt, so daß hier, um das dem Auge dargebotene Bild möglichst vollkommen zu machen, das Ocular compensatorische Functionen übernehmen muß, die dort fast ganz wegfallen.

Zum Behuf der nachstehenden Erörterungen bezeichnen wir die Brennweite der ersten, der zweiten Linse und des Aequivalents bezw. durch  $f$ ,  $f'$ ,  $F$ , sowie die Interstitien oder Distanzen der beiden Hauptpunkte durch  $\epsilon$ ,  $\epsilon'$ ,  $\eta$ . Ferner nennen wir für die erste Linse den ersten und zweiten Hauptpunkt  $E$  und  $E'$ , ersten und zweiten Brennpunkt  $U$  und  $U'$ , ebenso für die zweite Linse die Hauptpunkte  $J$ ,  $J'$  die Brennpunkte  $V$ ,  $V'$ , und für das Aequivalent die Hauptpunkte  $H$ ,  $H'$ , die Brennpunkte  $F$ ,  $F'$ , sowie dessen Nebenspunkte  $G$ ,  $G'$ . Sodann bezeichnen wir die Entfernung  $E'J$  vom zweiten Hauptpunkt der ersten Linse bis zum ersten Hauptpunkt der zweiten Linse durch  $t$ , das Intervall  $EH$  vom ersten Hauptpunkt der ersten Linse bis zum ersten Hauptpunkt des Aequivalentes durch  $\alpha$ , und das Intervall  $H'J'$  vom ersten Hauptpunkt des Aequivalentes bis zum zweiten Hauptpunkt der zweiten Linse durch  $\alpha'$ . Hierbei sollen  $\alpha$  und  $\alpha'$  als positiv betrachtet werden, wenn im Sinne des durchgehenden Lichtes  $H$  auf  $E$  folgt und  $H'$  dem  $J'$  vorausgeht, und die Interstitien als positiv gelten, wenn der zweite Hauptpunkt auf den ersten folgt. Bei positiven Brennweiten geht der erste Brennpunkt dem ersten Hauptpunkt voraus und folgt der zweite Brennpunkt auf den zweiten Hauptpunkt, wobei durchweg der erste Punkt jedes Paares von Cardinalpunkten auf das eintretende, der zweite auf das austretende Licht bezogen wird. Für alle gegen-theiligen Fälle findet das Minuszeichen statt. Bei einer gewöhnlichen biconvexen Glaslinse, deren Dicke geringer als

die Summe der beiden Krümmungsradien ist und wo  $f, \varepsilon$  und die den Intervallen  $\alpha, \alpha'$  analogen, von den Scheitelpunkten  $A$  und  $A'$  der Linsenflächen bis zu den Hauptpunkten zu zählenden Entfernungen positiv sind, stehen also im Sinne des durchgehenden Lichtes die hier in Betracht kommenden Punkte in der Ordnung  $UAEE'A'U$ . Noch mag bemerkt werden, daß bei einfachen Glaslinsen, deren Dicke gegen die Krümmungsradien gering ist, das positive Interstitium nahe ein Drittel der Dicke beträgt und daß die Intervalle  $\alpha, \alpha'$  den Krümmungsradien proportional sind, während  $\alpha + \varepsilon + \alpha'$  gleich der Linsendicke ist. Bei einer Planconvexlinse fällt also, wenn  $A$  der Scheitel der Convexfläche ist,  $E$  mit  $A$  zusammen und  $E'$  liegt in der Linse so, daß  $E'A'$  nahe zwei Drittel ihrer Dicke beträgt.

Sind für beide Linsen des Oculars die Cardinalpunkte und somit  $\varepsilon, \varepsilon', f, f'$  bekannt und ihre gegenseitige Entfernung nämlich  $E'J = t$  gegeben, so lassen sich daraus die Cardinalpunkte des Aequivalents  $F, F', H, H'$  oder die Größen  $\alpha, \alpha', \eta$  und  $F$  bestimmen. Die hierzu dienenden Vorschriften, wobei wir  $\varepsilon + \varepsilon' = e$  und  $f + f' - t = \omega$  setzen, sind

$$\alpha = \frac{t}{\omega} f$$

$$\alpha' = \frac{t}{\omega} f'$$

$$\eta = e - \frac{tt}{\omega}$$

$$F = \frac{ff'}{\omega}.$$

Dies ist die zur numerischen Berechnung bequemste Form, obwohl das Aequivalent durch drei Elemente vollständig bestimmt wird, nämlich außer  $F$  durch zwei von den drei Stücken  $\alpha, \alpha', \eta$ , welche durch die Relation

$$\alpha + \alpha' + \eta = t + e$$

zusammenhängen.

Die Scheitelpunkte der ersten Linse durch  $A, A'$ , der zweiten durch  $B, B'$  bezeichnet, verstehen wir unter der Länge  $L$  des Oculars die Entfernung  $AB'$  zwischen den



extremen Scheitelpunkten der Linsencombination, so dafs, bei beiden Bestandtheilen, die planconvexe Form in der vorhin erwähnten Stellung vorausgesetzt,  $L = t + \varepsilon + 3\varepsilon'$  wird, welcher Werth indefs durch geringe concave oder convexe Krümmungen bei  $A'$  und  $B'$  nur um einen kleinen Bruchtheil eines Millimeters alterirt wird.

Nehmen wir zuerst auf die Dicke der Linsen keine Rücksicht und vernachlässigen also die in der Regel geringen Gröfsen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$ , setzen also  $e = 0$ , so zeigt die dritte der obigen Vorschriften, dafs das Interstitium  $\eta$  des Aequivalents nur dann Null wird, wenn zugleich  $t = 0$  ist, d. h. wenn beide Linsen unmittelbar an einander liegen. Durch Trennung derselben nimmt  $\eta$  sofort einen negativen Werth an, welcher mit zunehmender Entfernung rasch wächst und für  $t = f + f'$  unendlich wird. Bei weiterer Vergrößerung von  $t$  wird und bleibt  $\eta$  positiv, nimmt vom Unendlichen bis zu einem Minimalwerthe  $4(f + f')$  ab, den es bei  $t = 2(f + f')$  erlangt, um von da mit  $t$  zugleich wiederum bis ins Unendliche zu wachsen. Da nun, wie bereits erwähnt, im Huyghens'schen Ocular  $f > t > f'$  und somit stets  $t > f + f'$ , so ist bei diesem Ocular für  $e = 0$  das Interstitium des Aequivalents stets negativ, so dafs  $H$  nicht vor, sondern hinter  $H'$  liegt.

Unter Berücksichtigung von  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$ , wo also  $e$  nicht  $= 0$ , ist anfänglich, d. h. bei  $t = 0$ ,  $\eta = \varepsilon + \varepsilon'$  positiv, nimmt aber mit wachsendem  $t$  bis zu Null ab, welchen Werth es bei  $t =$

$$\sqrt{\left[ e(f + f') + \frac{e^2}{4} \right] - \frac{e}{2}}$$

erreicht, um von hier ab negativ bis ins Unendliche zu wachsen. Bei  $t = f + f'$  geht  $\eta$  durchs Unendliche ins Positive über, nimmt positiv geworden wiederum, wie im vorigen Falle <sup>1)</sup>, bis zu einem positiven Minimalwerthe

1) Wie sich aus der Derivation

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{t}{f + f' - t} \left( 2 + \frac{t}{f + f' - t} \right) = 0$$

zu erkennen geht.

$\eta = e + 4(f + f')$  ab, den es bei  $t = 2(f + f')$  erreicht, um von da mit  $t$  zugleich bis ins Unendliche zu wachsen.

In einem numerischen Beispiel seyen gegeben zwei Linsen mit den Werthen (in Millimetern)  $\varepsilon + \varepsilon' = 2$ ,  $f = 60$ ,  $f' = 24$ , so würde sich schon für  $t = 12$ , gleich der Hälfte der kleineren Brennweite,  $\eta = 0$  ergeben, und  $\eta$  würde also nicht bloß zwischen den Werthen 24 und 60 für  $t$ , sondern zwischen 12 und 84 negativ ausfallen. Bei allen in concreto vorkommenden Fällen (wo  $e$  nicht leicht den vierten Theil von  $f'$  erreicht) ist im Huyghens'schen Ocular das Interstitium des Aequivalents *negativ*.

Als einfache Beispiele bestimmter Formen des Huyghens'schen Oculars mögen zunächst die folgenden dienen.

1. Zum Schema wählen wir zuvörderst jenen oben erwähnten einfachsten Typus und zwar unter Vernachlässigung der Dicke der Linsen. Wir setzen demnach

$$\varepsilon = 0, f = 3, t = 2$$

$$\varepsilon' = 0, f' = 1$$

woraus, da  $e = 0$  und  $\omega = 2$ , sich ergibt

$$\alpha = 3, \alpha' = 1, \eta = -2, F = \frac{3}{2}$$

und da  $L = 2$ , so wird  $\frac{F}{L} = \frac{3}{4}$  und  $-\frac{\eta}{F} = \frac{4}{3}$ .

Wäre in einem speciellen Falle (in Millim.)  $f = 60$ ,  $f' = 20$ ,  $t = 40$ , so würde man erhalten:

$$\alpha = 60$$

$$\alpha' = 20$$

$$\eta = -40$$

$$F = 30$$

und die Cardinalpunkte ständen in folgender Ordnung unter Beifügung ihrer von der Mitte der ersten Linse an gezählten Abscissen auf der Axe in Millimetern<sup>1)</sup>:

1) Wir geben dem Leser anheim, sich für diese Beispiele die Anordnung der Punkte auf der Axe durch eine Zeichnung zu veranschaulichen. Die Kenntniß der accessorischen oder Nebenpunkte  $G$ ,  $G'$  ist für constructive Anwendungen von Interesse.

	$U$	....	- 60	
$A$	$EE'$	....	0	$G$
	....	$V$	20	$H'$
	....	....	30	$F$
$B$	....	$JJ'$	40	
	....	....	50	$F'$
	$U'$	$V'$	60	$H$
	....	....	80	$G'$

Das in  $V$  anzubringende Diaphragma, genau in der Mitte des 40 Millim. langen Oculars, fällt hier also mit dem zweiten Hauptpunkt  $H'$  zusammen; der erste Hauptpunkt  $H$  liegt um die halbe Ocularlänge hinter der Augenlinse. Das negative Interstitium ist von gleicher Länge wie das Ocular; die positive Brennweite beträgt 75 Proc. dieser Länge.

2. Unter Beibehaltung derselben Linsen und ihrer Entfernung wie im vorigen einfachen Schema nehmen wir in einem zweiten Beispiel die Interstitien der Linsen mit in Rechnung und setzen als gegeben:

$$\varepsilon = 1,2, f = 60, t = 40, \text{ also } \omega = 4,0$$

$$\varepsilon' = 0,8, f' = 20 \quad \text{und } e = 2,0.$$

Hieraus finden wir:

$\alpha = 60$		$U$	....	- 60,0	
$\alpha' = 20$	$A$	$E$	....	0	$G$
$\eta = -38$		$E'$	....	1,2	
$F = 30$		....	$V$	21,2	
		....	....	22,0	$H'$
		....	....	30,0	$F$
		....	$J$	41,2	
		....	$J'$	42,0	
	$B$	....	....	43,6	
		....	....	52,0	$F''$
		....	....	60,0	$H$
		$U'$	....	61,2	
		....	$V'$	62,0	
		....	....	82,0	$G'$

Die Länge  $L$  des Oculars wird 43,6 und  $\frac{F}{L} = 0,6881$ , sowie  $\frac{\eta}{L} = 1,267$ , und der zweite Hauptpunkt  $H'$  liegt 0,8<sup>mm</sup> hinter dem in  $V$  anzubringenden Diaphragma.

3. Es sey gegeben:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1,3, f = 48, t = 33, \text{ also } \omega = 35 \\ \varepsilon' &= 0,7, f' = 20 \quad \text{und } e = 2,0 \end{aligned}$$

woraus man erhält:

$\alpha = 45,26$		$U$	....	- 48,00	
$\alpha' = 18,85$		....	....	9,60	$G$
$\eta = -29,11$	$A$	$E$	....	0	
$F = 27,43$		$E'$	....	1,30	
		....	$V$	14,30	
		....	....	16,15	$H'$
		....	....	17,83	$F$
		....	$J$	34,30	
		....	$J'$	35,00	
	$B$	....	....	36,40	
		....	....	43,58	$F'$
		....	....	45,26	$H$
		$U'$	....	49,30	
		....	$V'$	55,00	
		....	....	71,01	$G'$

Die Länge ist 36,40, also  $\frac{F}{L} = 0,7536$ , sowie  $-\frac{\eta}{F} = 1,061$ . Der zweite Hauptpunkt liegt 1,85<sup>mm</sup> hinter dem Diaphragma  $V$ .

4. Gegeben sey

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1,4, f = 60, t = 40, \text{ also } \omega = 44 \\ \varepsilon' &= 0,8, f' = 24, \quad \text{und } e = 2,2. \end{aligned}$$

Man findet hieraus für das Aequivalent die vier Bestimmungsstücke sowie für die Aufeinanderfolge der Cardinalpunkte der Bestandtheile sowohl als des Aequivalents die Abscissen wie folgt:

$\alpha = 54,55$		$U$	....	- 60,00	
$\alpha' = 21,82$		....	....	10,91	$G$
$\eta = - 34,17$	$A$	$E$	....	0	
$F = 32,73$		$E'$	....	1,40	
		....	$V$	17,40	
		....	....	20,38	$H'$
		....	....	21,82	$F$
		....	$J$	41,40	
		....	$J'$	42,20	
	$B'$	....	....	43,80	
		....	....	53,11	$F'$
		....	....	54,55	$H$
		$U'$	....	61,40	
		....	$V'$	66,20	
		....	....	85,84	$G'$

Die Länge 43,8 giebt  $\frac{F}{L} = 0,7473$ , und es ist  $-\frac{\eta}{F} = 1,044$ . Der zweite Hauptpunkt fällt 2,98 Mllm. hinter die Ebene des Diaphragmas.

Im ersten Beispiel war das Verhältniß  $-\frac{\eta}{F} = 1,333$ , im zweiten  $= 1,267$ , in dem dritten und vierten stellte es sich nur wenig von der Einheit abweichend heraus. Es bietet sich von selbst die Frage dar, in welche gegenseitige Distanz die beiden Linsen eines Huyghens'schen Oculars gestellt werden müßten, um Gleichheit zwischen Brennweite und Interstitium zu bewirken, wodurch also Coincidenz einerseits von  $H'$  und  $F$  andererseits von  $H$  und  $F'$  eintreten würde.

Auf den ersten Blick könnte man es befremdend finden, wie ein Punkt der Axe eines Linsensystems zugleich Haupt- und Brennpunkt seyn könne. Das Befremdliche verschwindet aber sofort, wenn man die Unterscheidung zwischen dem ersten und dem zweiten Punkte jedes der beiden Paare beachtet. Sey  $P$  der Punkt, in welchem  $H'$  und  $F$ ,  $Q$  der Punkt, wo  $H$  und  $F'$  coincidiren, so ist die dioptrische Bedeutung von  $P$ : dafs wenn einfallende Lichtstrahlen nach  $P$  convergiren, die austretenden Strahlen parallel der Axe verlaufen, und die Bedeutung von  $Q$ : dafs parallel zur Axe einfallendes Licht nach dem Austritt aus Strahlen be-

steht, deren Concurränzpunkt in  $Q$  liegt. Hierin besteht die Function beider Punkte in ihrer Eigenschaft als Brennpunkte  $F$  und  $F'$ . Die zweite Rolle, welche  $P$  und  $Q$  als Hauptpunkte  $H'$  und  $H$  spielen, besteht darin, daß einfalendes in  $Q$  concurrirendes Licht nach dem Durchgang in  $P$  concurrirt. Es leuchtet ein, daß diese Coïncidenz zwischen Haupt- und Brennpunkten nur bei entgegengesetztem Zeichen von Brennweite und Interstitium stattfinden kann.

Die Realisirung dieser Coïncidenzen beruht auf der Forderung, daß  $F = -\eta$  werde oder daß

$$\frac{tt}{\omega} - e = \frac{ff'}{\omega}$$

sey, welche für  $t$  den fraglichen Werth ergibt. Derselbe findet sich

$$\sqrt{[ff' + e(f + f') + \frac{ee'}{4}]} - \frac{e}{2}.$$

Es mögen noch zwei Beispiele folgen, in welchen wir der Entfernung  $t$  diesen berechneten Werth ertheilen.

5. Es sey gegeben

$$\varepsilon = 1,5, f = 64, t = 41,46 \text{ also } \omega = 47,54$$

$$\varepsilon' = 1,0, f' = 25 \quad \text{und } e = 2,50$$

dann finden wir:

$\alpha = 55,82$		$U$	....	- 64,00	
$\alpha' = 21,80$		....	....	- 11,50	$G$
$\eta = - 33,66$	$A$	$E$	....	0	
$F = 33,66$		$E'$	....	1,50	
		....	$V$	17,96	
		....	....	22,16	$FH'$
		....	$J$	42,96	
		....	$J'$	43,96	
	$B$	....	....	45,96	
		....	....	55,82	$HF'$
		$U'$	....	65,50	
		....	$V'$	68,96	
		....	....	89,48	$G'$

Die Länge wird  $45,96$ ,  $\frac{F}{L} = 0,7324$  und, wie verlangt,

—  $\frac{\eta}{F} = 1$ . Zweiter Hauptpunkt und erster Brennpunkt liegen 4,2 Mllm. hinter dem Diaphragma.

6. Es sey

$$\varepsilon = 1,3, f = 72, t = 47,63 \text{ also } \omega = 54,37$$

$$s' = 0,7, f' = 30 \quad \text{und } e = 2,0$$

woraus wir finden:

$\alpha = 63,08$		$U$	....	— 72,00	
$\alpha' = 26,28$		....	....	— 16,38	$G$
$\eta = -39,73$	$A$	$E$	....	0	
$F = 39,73$		$E'$	....	1,30	
		....	$V$	18,93	
		....	....	23,35	$FH'$
		....	$J$	48,93	
		....	$J'$	49,63	
	$B'$	....	....	51,03	
		....	....	63,08	$HF'$
		$U'$	....	73,30	
		....	$V'$	79,63	
		....	....	102,81	$G'$

Bei der Länge 51,01 ist  $\frac{F}{L} = 0,7785$ , zweiter Haupt- und erster Brennpunkt stehen 4,42 Mm. hinter der Blende.

Zur leichteren Vergleichung stellen wir die in den aufgeführten Beispielen dem Huyghens'schen Ocular ertheilten Formen nochmals numerisch zusammen. Aus der letzten Columnne entnehmen wir die für einen schnellen Ueberschlag bequeme Regel: die aequivalente Brennweite eines Huyghens'schen Oculars ist ziemlich zutreffend drei Viertel seiner Länge, gemessen zwischen den extremen Glasflächen.

$s$	$s'$	$f$	$f'$	$t$	$\alpha$	$\alpha'$	$-\eta$	$F$	$F:L$
0	0	60	20	40	60	20	40	30	0,75
1,2	0,8	60	20	40	60	20	38	30	0,688
1,3	0,7	48	20	33	45,26	18,85	29,11	27,43	0,754
1,4	0,8	60	24	40	54,55	21,82	34,17	32,73	0,747
1,5	1,0	64	25	41,46	55,82	21,80	33,66	33,66	0,732
1,3	0,7	72	30	47,63	63,08	26,28	39,73	39,73	0,779

Diesen schematischen Beispielen soll nun eine Reihe von Messungen an Ocularen theils von Fernröhren, theils



von Mikroskopen namhafter früherer und jetziger Künstler folgen, welche, nebst Bemerkungen über die Methode der Bestimmung sowie über die numerischen Ergebnisse, den Gegenstand einer Fortsetzung gegenwärtiger Mittheilung bilden werden.

---

**IX. Ueber eine Verbindung von Schwefelsäure mit Salpetersäure; von Rudolph Weber.**

---

Im Anschlusse an meine Untersuchungen über die Zusammensetzung der Bleikammerkrystalle<sup>1)</sup> und über die Verbindungen der wasserfreien Schwefelsäure mit chlorsalpetriger und mit salpetriger Säure<sup>2)</sup>, habe ich eine Reihe von Versuchen ausgeführt, welche die Herstellung von Verbindungen der Schwefelsäure mit Salpetersäure zum Gegenstande hatten.

Um eine solche Verbindung hervorzubringen, liefs ich Schwefelsäureanhydrit auf trockne salpetersaure Salze einwirken. Die hierbei eintretende Reaction liefs auf die Entstehung einer derartigen Verbindung schliessen; es gelang indessen nicht, dieselbe auf diesem Wege im isolirten Zustande darzustellen.

Es wurde versucht, die Verbindung dieser Säuren durch Einwirkung von Schwefelsäureanhydrit auf möglichst concentrirte Salpetersäure hervorzubringen. Dieser Procefs hatte zwar nicht den Erfolg, dafs eine wasserfreie Verbindung von Schwefelsäure und Salpetersäure erhalten wurde, aber es entstand hierbei ein krystallisirter, im reinen Zustande darstellbarer Körper, welcher als eine Verbindung dieser Säuren vereinigt mit Schwefelsäurehydrat angesehen werden kann.

Zur Darstellung dieser Verbindung im isolirten, reinen

1) Erdm. Journ. Bd. 85, S. 423.

2) Pogg. Ann. Bd. 123, S. 333.

Zustande habe ich folgenden Weg eingeschlagen: In einen Glaskolben, welcher concentrirteste, von nitrösen Dämpfen möglichst befreite Salpetersäure enthält, und welcher mit Eis oder mit Wasser gut gekühlt ist, leitet man langsam und vorsichtig Dämpfe von wasserfreier Schwefelsäure. Die Reaction findet unter starker Wärmeentwicklung statt, weshalb es nothwendig ist, die Dämpfe langsam zutreten zu lassen und den Kolben, in welchen der Hals der mit Nordhäuser Vitriolöl befüllten Retorte mündet, öfter zu drehen. Wird diese Vorsicht verabsäumt, steigt die Temperatur zu sehr, so kann leicht eine partielle Zersetzung der entstandenen Verbindung und die Bildung anderer, von dem beabsichtigten Producte nicht trennbarer Körper eintreten. Wenn, wie beschrieben worden, verfahren ist, so zeigen sich an der Wandung des Kolbens nach einiger Zeit Krystalle, welche von der Flüssigkeit wieder aufgelöst werden. Der Inhalt des Kolbens wird bald dickflüssig, ölarlig, und bei einer gewissen Concentration scheiden sich daraus Krystalle ab. Wird der Process dann unterbrochen, der Kolben nach sorgfältigem Verschlusse sich selbst überlassen, so sondern sich nach vollständigem Erkalten aus der syrupdicken Masse noch grössere Mengen von Krystallen ab; oft findet selbst ein Erstarren der ganzen Masse statt. Es ist nicht leicht, den geeigneten Zeitpunkt der Unterbrechung des Processes zu finden, weil die Ausscheidung der Krystalle erst nach mehreren Stunden erfolgt. Die mit syrupdicker Mutterlauge durchtränkten Krystallmassen erstarren öfter vollständig, wenn sie behufs Trennung derselben auf einen Ziegelstein gebracht werden. Dieser Umstand erschwert in hohem Grade die Reindarstellung der Krystalle aus jenem Gemische. Ich fand es zweckmässig, den Process so zu leiten, daß zuerst eine nach dem Erkalten erstarrende Masse erhalten wird, dieselbe darauf mit einer geeigneten Menge etwas verdünnter Salpetersäure unter gelinder Erwärmung aufzulösen, sodann die Krystallisation eintreten zu lassen. Die mit Flüssigkeit imbibirte Krystallmasse wird auf einem ausgetrockneten, porösen Ziegelsteine ausgebreitet, welcher

über eine mit Schwefelsäure gefüllte Schale gelegt und mit einer Glasglocke luftdicht überdeckt wird. Nach einigen Tagen erscheinen die Krystalle trocken, glänzend; sie sind von der früher anhaftenden Säure befreit, und es zeigen die bei verschiedenen derartigen Operationen dargestellten Producte gleiche Zusammensetzung. Einen ähnlichen Weg habe ich seiner Zeit zur Reindarstellung der Bleikammerkrystalle eingeschlagen.

Die auf diese Weise dargestellten Krystalle sind farblos, trocken, aber im höchsten Grade zerfließlich. Das Ablösen derselben von dem Steine (am besten mit einem Platinbleche auszuführen) und das Einbringen in Gefäße muß deshalb möglichst rasch ausgeführt werden. Sie lösen sich unter Erwärmung in Wasser auf. Jodkalium bringt in der verdünnten Lösung derselben nur eine schwach gelbliche Färbung hervor, wenn bei der Bereitung des Präparats starke Erwärmung vermieden worden ist. Die Verbindung ist demnach bis auf Spuren frei von salpetriger Säure. Beim Erhitzen wird sie zersetzt; es entwickeln sich braune Dämpfe und es sublimirt ein fester Körper, welcher in Jodkaliumlösungen gebracht, große Menge Jod abscheidet und sich wie die bekannte Verbindung von Schwefelsäureanhydrit mit salpetriger Säure verhält.

Zur Ermittlung der Zusammensetzung dieser Substanz wurde deren Gehalt an Schwefelsäure, Salpetersäure und Wasser bestimmt. Die Abwägung erfolgte in Glasröhrchen mit eingeschliffenen Glasstöpfeln und fand unter den bei der Analyse der Bleikammerkrystalle beobachteten Cautelen statt.

*Schwefelsäurebestimmung.* Abgewogene Mengen wurden in Wasser gelöst; aus der heißen Flüssigkeit wurde mit Chlorbarium die Schwefelsäure gefällt und es wurde der unter solchen Umständen mit anderen Barytsalzen behaftete Niederschlag nach erfolgtem Glühen in bekannter Weise durch Behandlung mit Wasser und verdünnter Säure von diesen Beistoffen befreit.

Es wurden folgende Resultate erhalten:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefelsäure in Proc.
0,365	0,704	66,27 Proc.
1,534	2,960	66,26 "
1,365	2,630	66,22 "
1,333	2,566	66,14 "

*Salpetersäurebestimmung.* Es wurde zuerst das bekannte Titirverfahren ausgeführt, welches sich auf die Ermittlung der Menge des von der Salpetersäure an Eisenvitriol übertragbaren Sauerstoffs gründet. Eine abgewogene Menge aus Alkohol krystallisirten Eisenvitriols wurde in einem Kolben, welcher zuvor mit Kohlensäure gefüllt worden, in Wasser unter Zusatz entsprechender Mengen reiner Schwefelsäure gelöst; es wurde dann das Glasrohr mit der Substanz in den zuvor erkalteten Kolben gebracht, die Zersetzung eingeleitet, und die Flüssigkeit behufs Entfernung des Stickoxydgases (unter Zuführung von Kohlensäure in den Luftraum des Kolbens) zum Sieden gebracht und bis zur Vollendung der Reaction erhitzt. Der Rest des nicht oxydirten Eisenoxydulsalzes wurde in bekannter Weise durch Titiren mit Chamäleon ermittelt.

Es wurden folgende Resultate erhalten:

Substanz	Uebertragener Sauerstoff	Salpetersäure in Proc.
1,424	0,1449 = 10,16 Proc.	22,85 Proc.
1,439	0,1500 = 10,42 "	23,44 "
1,341	0,1410 = 10,51 "	23,64 "
1,204	0,1267 = 10,51 "	23,64 "
1,410	0,1484 = 10,52 "	23,65 "

Es wurde auch versucht, die Menge der Salpetersäure in Form von salpetersaurer Baryterde zu ermitteln, und es wurde zu diesem Zwecke die Auflösung einer gewogenen Menge der Substanz mit Barytwasser bis zur Uebersättigung versetzt, der Ueberschufs mit Kohlensäure präcipitirt und die vom Niederschlage abfiltrirte Flüssigkeit zur Trockne verdampft. Das hierbei erhaltene Barytsalz hatte vollkommen die Eigenschaften des salpetersauren Baryts; sein Gewicht war aber etwas geringer als erwartet werden mußte,

ein Umstand der darin seine Erklärung findet, daß der unlösliche Niederschlag von schwefel- und kohlen-saurem Baryt einen Theil des salpetersauren Salzes zurückhält. Ich habe mich durch Gegenversuche mit gewogenen Mengen reinen salpetersauren Baryts, den ich unter gleichen Umständen wieder zu gewinnen versuchte, von dem Einflusse dieser Fehlerquelle überzeugt.

Sehr genaue Resultate ergab dagegen eine Reihe von Controlversuchen, welche den Zweck hatten, die Mengen des Baryts zu ermitteln, der zur Neutralisation beider Säuren erforderlich ist. Es wurde Barytwasser von bekanntem Gehalte zur Lösung der Krystalle gefügt und geprüft, ob die nach der Schwefelsäurebestimmung berechnete Menge von Baryt auch die Ausfällung der Schwefelsäure genau bewirkte, und wie viel Baryt nun noch nöthig war, um die Salpetersäure zu binden. Es ergab sich, wie zu erwarten war, daß die berechnete Menge von Barytwasser die Ausfällung der Schwefelsäure bewirkte, und es wurde ermittelt, daß  $\frac{1}{4}$  dieser Menge dann zur Neutralisation der Salpetersäure noch erforderlich war, wie dieses aus folgenden Beobachtungen hervorgeht:

Substanz	Barytwasser	Barytwasser
	zur Fällung der Schwefelsäure	zur Neutralisation der Salpetersäure
1,196	92,0 <sup>ccm</sup>	23,0 <sup>ccm</sup>
1,384	106,5 "	26,6 "
0,893	69,0 "	17,0 "

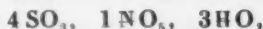
Die Zahlen der zweiten und dritten Reihe verhalten sich wie 4 : 1. Demnach sind die beiden Säuren in dem Aequivalentverhältnisse 4 : 1 in der Verbindung enthalten.

*Wasserbestimmung.* Bei der directen Ermittlung des Wassergehaltes dieser Verbindung waren mancherlei Schwierigkeiten zu überwinden. Es wurde versucht, das Wasser durch Erwärmen des Gemisches der Substanz mit trockenem, geglühten (kohlen-säurefreien) Bleioxyd zu bestimmen, hierbei aber bemerkt, daß die trockne Substanz beim Erwärmen mit diesem Oxyde unter Entbindung brauner Dämpfe

sich zersetzt. Uebereinstimmende Resultate wurden auf folgendem Wege erhalten: Eine gewogene Menge der Substanz wurde in einem Reagenzglase unter Abkühlung mit wenig Wasser aufgelöst. In diese Lösung wurde trocknes Bleioxyd nach und nach eingetragen, darauf wurde das Glas in ein Luftbad gebracht, daselbst anfangs gelinde, dann auf etwa 200° so lange erhitzt, bis das Gewicht constant blieb. Hierbei ergaben sich folgende Resultate:

Substanz	Gewichtsverlust	Wasser in Proc.
1,172	0,1285	10,96 Proc.
1,0775	0,123	11,41 "
1,019	0,116	11,38 "

Nach dem Ergebnisse der Analyse entsprechen die Mengen der Bestandtheile dieser Verbindung der empirischen Formel:



wie solches eine Vergleichung der unter dieser Annahme berechneten Mengen der Bestandtheile und der durchschnittlichen Versuchsergebnisse ergibt:

	ermittelt	nach d. Formel berechnet
Schwefelsäure	66,22	66,40
Salpetersäure	23,44	22,41
Wasser	11,25	11,19
	<u>100,91</u>	<u>100,00</u>

Die Differenz zwischen dem berechneten und dem durch das beschriebene Verfahren ermittelten Gehalte an Salpetersäure dürfte zum Theil darin beruhen, daß zur Stellung des Chamäleon-Titers ein recht weicher, reiner Eisendraht mir leider nicht zur Verfügung stand.

Die Existenz dieser Verbindung setzt außer Zweifel, daß die stärksten Säuren mit einander verbindbar sind; sie zählt zu den vielen anderen Thatsachen, welche die Annahme als unhaltbar erwiesen haben, daß Körper von ähnlichen Fundamenteigenschaften nur in verhältnißmäßig wenigen Fällen mit einander sich vereinigen sollen. Wie dieser Fall erweist, dürfte es vielmehr nur darauf ankommen, die für eine Vereinigung derartiger Körper günstigen

Bedingungen herbeizuführen. Der hier betretene Weg wird voraussichtlich sich auch für die Herstellung anderer Combinationen dieser Gattung eignen; ich bin damit beschäftigt, ähnliche Verbindungen der Schwefelsäure etc. zu erzeugen.

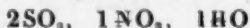
Ueber die Constitution dieser Verbindung lassen sich mancherlei Ansichten geltend machen und verschiedene Hypothesen aufstellen. Dieser Körper kann als eine Vereinigung zweier binärer Verbindungen betrachtet werden, als eine Verbindung der Combination der Anhydrite von Schwefel- und Salpetersäure mit Schwefelsäurehydrat. Diese Combination wird durch die Formel:



ausgedrückt.

Für die Annahme, daß darin Salpetersäure enthalten, spricht der Umstand, daß aus der Auflösung derselben in Wasser salpetersaure Salze erhalten werden können, daß die Substanz in der Wärme sich leicht unter Bildung von salpetrigsauren Verbindungen zersetzt.

Bezüglich ihrer Constitution hat diese Verbindung Aehnlichkeit mit den Bleikammerkrystallen, deren Zusammensetzung nach meiner Analyse<sup>1)</sup> durch die empirische Formel:



ausgedrückt wird. Auch diese Verbindung enthält zwei Säuren und Wasser; sie kann als eine Verbindung der Anhydrite von Schwefel- und salpetriger Säure, mit Schwefelsäurehydrat, der Formel:



entsprechend, angesehen werden.

1) Erdm. Journ. Bd. 85, S. 423.



**X. Ueber die Herstellung eines Filtrirapparates  
nach Bunsen'schem Princip;  
von Emil Zettnow.**

Selten entbehrt wohl ein mit Wasserleitung versehenes Laboratorium die von Bunsen angegebene Wasserluftpumpe, oder, da selbst in größeren Städten nicht jedes Laboratorium sich fließenden Wassers erfreut, den von ihm angegebenen Ersatzapparat. Leider erzielt man mit dem letzteren nur selten eine stärkere Saugkraft, als diejenige, welche einer Quecksilbersäule von circa 200 Millim. das Gleichgewicht hält.

Ein Apparat, welcher im Durchschnitt mit einer Saugkraft von 530<sup>mm</sup> arbeitet ist in meinem Laboratorium seit sechs Monaten zur Zufriedenheit thätig und folgendermassen construiert:

In zwei starkwandige Flaschen *A* Fig. 16 Taf. IX von je 8 Litre Inhalt ist dicht über dem Boden ein 18<sup>mm</sup> weites Loch gebohrt und in dasselbe mittelst eines Kautschukpfropfens ein 140<sup>mm</sup> langes, 9<sup>mm</sup> im Durchmesser haltendes Bleirohr *B* eingesetzt. Die beiden Flaschen sind, um sie vor Beschädigung zu schützen in zwei viereckige mit Stroh ausgefüllte Holzkasten *C* gesetzt, so daß das Bleirohr durch eine Bohrung in der Seitenwand herausieht. Beide Flaschen sind durch Glasröhren und Kautschuk folgendermassen verbunden: Glasröhren von etwa 0,5<sup>m</sup> Länge, 1,5<sup>mm</sup> Wandstärke und 9<sup>mm</sup> Lumen sind an ihren Enden ein wenig nach aussen gebogen Fig. 17 Taf. IX und durch 70<sup>mm</sup> lange Kautschukstücke unter sich mit dem Bleirohr verbunden. Die Verbindungsstücke haben eine Wandstärke von 8<sup>mm</sup> bei einem Lumen von 6<sup>mm</sup> und sind mit Bindfaden festgebunden. Damit dieselben sich jedoch nicht strecken oder von den Glasröhren abrutschen können, ist wie Fig. 18 Taf. IX zeigt, feiner grauer, mit Wasser genähter Bindfaden sechs bis acht mal fest um die eine Glasröhre gebunden, alsdann auf die zweite überge-

leitet, an derselben ebenso befestigt, zur ersten zurückgeleitet und an ihr von neuem festgebunden. Kautschukschlauch allein, ohne Glas, versagte gewöhnlich nach kurzer Zeit seinen Dienst, indem er sich bedeutend streckte und an einzelnen Stellen zusammengedrückt wurde, wenn der Apparat in Thätigkeit war. Die Glasröhren sind bewickelt mit Tuchecken, um sie gegen äußere Zufälle zu schützen. In der Mitte der Verbindungsröhre befindet sich ein etwas längeres Kautschukstück mit einem Schraubenquetschhahn *D*. Um die Flaschen mit Bequemlichkeit bis an die Decke des Zimmers befördern zu können, sind in diese ein Paar mit Rollen versehene eiserne Schraubengabeln *G* eingeschraubt und es läuft über die Rollen eine feste Hanfschnur *E* von solcher Länge, daß wenn die eine Flasche oben ist, die andere sich am Boden befindet. Eine Führung für dieselben beim Aufziehen ist zwar erspriesslich, jedoch nicht nothwendig. In den Hals einer jeden Flasche ist ein Kautschukpfropfen *H* eingepaßt, durch welchen eine rechtwinklig gebogene Glasröhre geht, über welche ein dünner schwarzer Gummischlauch *T* von 5<sup>mm</sup> Durchmesser bei 1<sup>3</sup>/<sub>4</sub><sup>mm</sup> Lumen gestreift ist. Derselbe führt nicht direct zu der zu evacuierenden Flasche, sondern erst zu einem Zwischenstück *K*, welches aus einem homoeopathischen Gläschen von 20,0 Inhalt mit abgesprengtem Boden besteht. In dem Halse des Fläschchens ist die Röhre *O*, im Boden sind ebenso zwei resp. mehrere befestigt. Die eine der beiden letzteren Röhren führt zum Manometer *M*; die andere zum eigentlichen Filtrirapparat. Das Manometer besteht aus einer in Quecksilber tauchenden Glasröhre, an welcher mittelst etwas biegsamen Kupferdrahtes eine in halbe Centimeter getheilte Scale von steifem Papier verschiebbar befestigt ist. Das Manometer ist unentbehrlich, um sich jeder Zeit von der Wirksamkeit des Apparates überzeugen zu können.

Die Flaschen sind statt mit Wasser mit einer wässrigen Zinkchloridlösung von 1,85 spec. Gewicht angefüllt. Eine Lösung von höherem spec. Gewicht ist zu dickflüssig, um zu diesem Zwecke dienen zu können. Ihres hohen Preises

wegen sind ebenfalls nicht zu benutzen die sehr dünnflüssige Lösung des metawolframsauren Natrons mit einem spec. Gewicht von 3,1 und die des salpetersauren Quecksilberoxyds von 3,4 spec. Gewicht. Ist die Flüssigkeit aus der an der Decke befindlichen Flasche ausgelaufen, so schließt man den Schraubenquetschhahn *D*, zieht an der Schnur *S* die Flasche herunter und die andere dadurch hoch, streift den Gummischlauch *T* von der Röhre *O* ab und an seiner Stelle den anderen *T* über, öffnet den Quetschhahn und überzeugt sich durch das Steigen des Quecksilbers davon, daß der Apparat functionirt. Die heruntergezogene Flasche, welche leichter als die heraufgezogene ist, wird an die Wand unter ein Paar vorspringende Haken gesetzt, oder durch Haken und Oesen am Fußboden befestigt. — Der Preis des Apparates stellt sich auf 6½ Thlr.; nämlich für zwei Flaschen 25 Sgr.; zwei Kasten 25 Sgr.; Gummischlauch 2 Thlr.; Rollen mit Schnur 1 Thlr.; 18 Kilogr. käufl. Zinkchlorid 1½ Thlr.; Glasröhren 15 Sgr.

Berlin, 18. März 1871.

# **XI. *Einfluß der Concentration auf die elektromotorische Kraft zwischen Salzlösungen;*** **von Dr. L. Bleekrode.**

(Nachtrag zu meiner Abhandlung; diese Ann. Bd. CXXXVIII, S. 571.)

Beiläufig habe ich mit den nämlichen Salzen, welche zu der früher mitgetheilten Untersuchung angewandt wurden, auch Versuche angestellt, um zu bestimmen, wie ungleich concentrirte Lösungen desselben Salzes sich elektromotorisch gegen einander verhalten. Jedoch habe ich mich nur mit der Richtung des Stromes beschäftigt.

Es ist nicht ohne Interesse, hier der früheren Beobachtungen zu erwähnen, welche über diese Concentrationsströme

gemacht sind. So hat Faraday hauptsächlich mit Säuren gearbeitet und gefunden, daß Kupfer, Silber, Blei, Kadmium und Zink in Salpetersäure Ströme veranlassen, welche von der weniger concentrirten Flüssigkeit zu der stärker concentrirten gerichtet sind; mit Schwefelsäure erhielt er keine Resultate als sie Silber, Kadmium und Zink benetzte, wohl aber beim Kupfer und Blei. Mit Salzsäure zeigten sich Ströme beim Silber, Blei, Kupfer, Kadmium und Zink, welche von der concentrirten zu der verdünnten Säure lief; Platin gab keine Resultate. Dieser Gegenstand ist weniger ausführlich bei Lösungen untersucht worden. Zwar sind vor Becquerel im Jahre 1823 Beobachtungen mitgetheilt, ihre Richtigkeit ist aber später in Zweifel gezogen. Auch Wüllner hat im J. 1859 in dieser Ansicht mit Salzlösungen gearbeitet und festgestellt, daß bei sauren Salzen der Strom von der weniger concentrirten Lösung zu der stärker concentrirten läuft, bei neutralen und basischen Salzen dieses aber umgekehrt ist. Er hat beim Contact der Flüssigkeiten Membranen angewandt; um eine vielleicht mögliche Einwirkung dieserseits zu verhüten, benutzte ich dieselbe Einrichtung des Apparates, welche zu meinen früheren Versuchen diente, jedoch wurden jetzt zwei Glasgefäße mit einer heberförmigen Röhre verbunden und die beiden Lösungen desselben Salzes waren also in unmittelbarer Berührung. Anfangs wurden beide Elektroden in diese Gefäße getaucht, wenn die Lösung noch in beiden gleich constant war, und auf Homogenität geprüft ward. Dann verdünnte man die eine, indem man etwas der Lösung entfernt und dafür gesorgt hatte, daß nach der Verdünnung immer noch die Elektroden bis zu gleicher Tiefe eintauchten; so war jede störende Ursache, die einen Strom erregen konnte, vermieden, und der, welcher sich erregte, konnte nur der Concentrationsänderung zugeschrieben werden. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; in den Stromkreis war derselbe Widerstand eingeschlossen als bei den früheren Messungen.

I. Der Strom ist von der weniger concentrirten Lösung zu der stärkeren gerichtet bei folgenden Salzen:

Salze	Ablenkung <sup>1)</sup>	Verdünnung
Salpeters. Kupfer	10 Milm.	
Schwefels. „	91 „	
Essigs. „	Spuren	
Schwefel. Zink	17 „	1 Vol. HO auf 3 Salz
Essigs. „	12 „	1 Vol. HO auf 3 Salz
Chlorzink	53 „	1 Vol. HO auf 4 Salz
Salpeters. Blei	22 „	1 Vol. HO auf 3 Salz
Essigs. „	Spuren	
Schwefels. Kadmium	28 „	
Salpeters. „	100 „	
Chlorkadmium	17 „	
Bromkadmium	37 „	
Salpeters. Silber	14 „	1 Vol. HO auf 6 Salz
Essigs. „	— „	
Schwefels. „	1 „	
Cyanquecksilber	3 „	
Chlorplatin	3 „	1 Vol. HO auf 4 Salz

II. Der Strom ist von der stärker concentrirten Lösung zu der weniger starken gerichtet bei folgenden Salzen:

Salze	Ablenkung	Verdünnung
Cyan kupfer - Kalium	80 Milm.	1 Vol. HO auf 5 Salz
Cyanzink - Kalium	80 „	1 Vol. HO auf 4 Salz
Cyansilber - Kalium	28 „	1 Vol. HO auf 4 Salz
Salpeters. Silber gelöst in Cyank.	70 „	1 Vol. HO auf 8 Salz
Cyanquecksilb. Kalium	35 „	1 Vol. HO auf 2 Salz

1) Ich brauche wohl kaum zu bemerken, daß hier unter Ablenkung immer die der zu den früheren Versuchen angewandten Galvanometernadel verstanden wird, und daß die Elektroden in allen Fällen aus dem Metalle bestanden, welches das Salz gebildet hatte.

Also ergibt sich aus diesen Beobachtungen, daß bei den einfach gebildeten Salzen der Strom die Richtung von der verdünnten zu der concentrirten Lösung hat: bei den Doppelsalzen mit Cyankalium ist jedoch diese Richtung umgekehrt. Es hält schwer eine richtige Erklärung zu geben von der Ursache, welche galvanische Ströme in dieser Art auftreten läßt; nämlich eine solche, welche nicht bloß eine Umschreibung der Beobachtungen ist.

Würde der Strom herrühren von der Arbeit, welche die Salzmoecüle bei ihrer Diffusion von der stärkeren zu der weniger stark concentrirten Lösung liefern, so müßte doch die Richtung bei allen Salzen dieselbe seyn. Auch muß hier bemerkt werden, daß ich niemals bei diesen Versuchen, wenn ich Platinelektroden benutzte, welche vorher sorgfältig auf ihre Homogenität geprüft waren, eine Ablenkung am Galvanometer beobachtet habe, selbst nicht eine sehr geringe, wenn auch der übliche Widerstand ausgeschlossen wurde, und selbst bei Salzen, welche mit den entsprechenden Elektroden starke Ströme anzeigten. Becquërel hat sich bei seinen analogen Versuchen gerade der Platinelektroden bedient, aber er theilt auch mit, daß die Ablenkungen nur höchst gering gewesen sind; vielleicht müssen sie also der Heterogenität der Elektroden zugeschrieben werden. Faraday ist der Meinung, daß eine Abänderung der chemischen Wirkung an der Contactstelle zwischen Metall und Säure, den Concentrationsstrom verursache; es ist dieses bei seinen Versuchen sehr möglich, da schon vorher eine bestimmte chemische Wirkung stattfand.

Bei den mitgetheilten Versuchen aber, — wenn gleich das Verhalten der Platinelektroden darauf zu deuten scheint, daß die in die Lösung eingetauchten Metalle einen gleichen Antheil an dem Strome haben, — ist es jedoch zweifelhaft, ob hier eine chemische Wirkung mit im Spiele sey, da bis jetzt die Chemie eine solche zwischen einem Metall und seiner Lösung ohne Temperaturerhöhung, noch nicht nachgewiesen hat.

Haag, April 1870.

**XII. Das Grün der Blätter;  
von J. J. Müller in Freiburg.**

**W**er hätte wohl gezweifelt, daß das Grün der Blätter mit dem des Blattgrüns identisch sey! und doch ist es so. Als ich ein Handspectroskop gegen die Rückseite eines frischen Blattes richtete, dessen Vorderseite von der Sonne beschienen war, beobachtete ich ein Spectrum, welches sich ohngefähr von *F* bis *B* erstreckte, aber auf dieser ganzen Strecke nicht eine Spur der dunklen Absorptionsbänder zeigte, welche für das Chlorophyll so charakteristisch sind.

Ganz das gleiche Spectrum zeigten frische Blätter von *Cissus antarctica*, *Ficus elastica*, *Convallaria majalis*, *Calla aethiopica*, Epheu usw.

Um das Licht, welches durch die grünen Blätter gegangen ist, mit dem weißen Licht zu vergleichen, wurde der durch einen Scherenschnitt geradlinig gemachte Rand eines Blattes von *Cissus antarctica* auf den gleichfalls geradlinigen Rand eines Stücks weißen Papiers so aufgeklebt, daß ein ohngefähr 1<sup>mm</sup> breiter Streifen des Blattes auf das Papier zu liegen kam. Als nun die Sonne gegen die eine Seite dieser Combination schien, wurde das geradlinige Spectroskop so dagegen gerichtet, daß die Mitte des Spaltes ohngefähr auf die Trennungslinie zwischen Weiß und Grün gerichtet war, und man in der oberen Hälfte des Gesichtsfeldes das Spectrum des weißen, in der unteren das Spectrum des grünen Lichtes sah. Die beobachtete Erscheinung ist in Fig. 19 Taf. IX dargestellt. Das Spectrum des grünen Lichtes erstreckt sich ohne Unterbrechung von *F* bis etwas über *B* hinaus, das Spectrum des weißen Lichtes geht auf beiden Seiten über diese Gränze hinaus und zwar wenig auf der rothen, bedeutend auf der blauen Seite. Die Linie *F* war deutlich erkennbar, die Linien *D*, *C* und *B* dagegen waren es nicht, so daß die Gränzen der Spectra auf der rothen Seite nur durch Schätzung bestimmt werden konnten.



Das Spectrum des grünen Blattes war seiner ganzen Ausdehnung nach etwas lichtschwächer als das des weissen Papiers, aber die Schwächung war ziemlich gleichförmig von *F* bis *B*; auf der Parthie von *D* bis *B* war die Schwächung vielleicht etwas bedeutender als zwischen *F* und *D*.

---

**XIII. Bemerkung zu Hrn. Andrews's Notiz  
über das Eiscalorimeter; von R. Bunsen.**

---

Im diesjährigen Märzheft dieser Annalen wird von Prof. Andrews bemerkt, daß Sir John Herschel schon vor mehr als zwanzig Jahren eine Verbesserung des Eiscalorimeters von Lavoisier und Laplace angegeben habe, welche, wie Hr. Andrews meint, im Principe und selbst in einigen Details »dieselbe« sey, welche ich bei meinen neuen calorimetrischen Untersuchungen befolgte.

Daß ich die Herschel'sche Arbeit nicht gekannt und daher in meiner Abhandlung unerwähnt gelassen habe, wird man wohl mit dem Umstande entschuldigen, daß die erstere in dem Appendix eines im Jahre 1847 erschienenen astronomischen Werkes steht, welches nicht nur meiner Kenntniss entgangen ist, sondern auch den meisten Physikern vom Fach unzugänglich geblieben zu seyn scheint, wenn man anders dies aus dem Umstande schliessen kann, daß, so viel mir bekannt, Niemand bei calorimetrischen Untersuchungen in dem Vierteljahrhundert, welches seit der Publication des Herschel'schen Werkes verflossen ist, jenen Vorschlag des berühmten Astronomen erwähnt, geschweige denn, geprüft oder benutzt hat. Anderenfalls würde ich gewiß nicht unterlassen haben, ausdrücklich darauf hinzuweisen, daß der Gedanke, Mengen geschmolzenen Eises an der dabei eintretenden Volumenveränderung zu messen, von Herschel bereits 1847 ausgesprochen wurde. Auf der anderen Seite erblicke ich in dem Wortlaut der Mittheilung

meines Freundes Andrews die Aufforderung, etwas präciser, als es vielleicht in meiner Abhandlung geschehen ist, wenn auch nur eines der wesentlichen Principien hervorzuheben, auf welchen die Verschiedenheit des von Herschel vorgeschlagen und des von mir beschriebenen Instrumentes beruht:

Herschel fängt die, durch Volumenverminderung schmelzenden Eises zu messende Wärme in einem mit Wasser und Eisstücken gefüllten Gefäße auf: in meiner Vorrichtung dient zu demselben Zwecke ein massives, aus Eis künstlich erzeugtes Gefäß. Das von Herschel angewandte Medium ist unter den Umständen des Versuchs für Wärme durchlassend; das von mir benutzte dagegen für dieselbe absolut undurchdringlich. In Beziehung auf zu messende Wärme verhält sich daher mein Instrument zu dem Herschel'schen genau wie, in Beziehung auf zu messende Flüssigkeiten, ein wasserdichtes Gefäß zu einem Siebe. Man wird aber wohl kaum von ein und derselben Methode reden können, wenn der Eine Flüssigkeitsmengen mittelst des Siebes, der Andere mittelst des wasserdichten Gefäßes ausführt.

Der einer Messung sich entziehende Wärmeverlust ist in einem mit Eisstücken und Wasser gefüllten Gefäße groß genug, um jede exacte calorimetrische Bestimmung in Frage zu stellen, wie aus Versuchen in meiner Abhandlung ersichtlich ist und wie Jedermann weiß, der es versucht hat, den Schmelzpunkt von Thermometern statt in Schnee in einem Gemisch von Wasser und Eis zu bestimmen. Das erwärmte Wasser, welches in dem die Eiszwischenräume erfüllenden Wasser des Herschel'schen Instrumentes je nach der Temperatur entweder aufsteigt oder herabsinkt, kommt schon nach wenigen Secunden, ohne seine Temperaturdifferenz völlig ausgeglichen zu haben, mit den das Wärme empfangende Medium umschließenden Gefäßswandungen in Berührung und tritt an dieselben Wärme ab, die mithin der Messung entzogen wird. Welche Unsicherheit ein solches Meßverfahren mit sich bringen muß, läßt sich ermessen, wenn man erwägt, daß nach Versuchen in

meiner Abhandlung ein vollständiger Wärmeausgleich von  $100^{\circ}\text{C.}$  auf  $0^{\circ}\text{C.}$  für eine nicht einmal 0,5 Grm. schwere Wassermasse schon gegen 30 Minuten erfordert. Diese Fehlerquelle, welche vornehmlich mit dazu beigetragen hat, das alte Calorimeter von Lavoisier und Laplace aus der Reihe exacter physikalischer Instrumente zu verbannen und welche durch die Herschel'sche Verbesserung um Nichts verringert wird, ist durch das von mir befolgte Princip völlig beseitigt. Nach demselben befindet sich der Körper, dessen Wärmeabgabe an der Zusammenziehung des geschmolzenen Eises gemessen werden soll, in einem für Wärme völlig undurchdringlichen Gefäße und ist außerdem noch vor einer der Messung sich entziehenden Wärmeabgabe an die umgebende Luft dadurch geschützt, daß er sich unter einer, von den Wänden des Eisgefäßes umschlossen,  $0^{\circ}\text{C.}$  warmen Wassersäule befindet, in der das niemals über  $+4^{\circ}\text{C.}$  sich erwärmende Wasser am Aufsteigen völlig verhindert ist.

Heidelberg, den 14. April 1871.

---

#### XIV. *Bemerkung über das Eiscalorimeter; von C. Bohn.*

---

Die Methode zur Ermittlung der specifischen Wärme, welche Bunsen in diesen Annalen Bd. CXLI, S. 1 beschrieben hat, zeichnet sich vor allen anderen bisher in Anwendung gekommenen so vortheilhaft aus, daß sie eine glänzende Bereicherung der Wissenschaft genannt werden muß. Bunsen ist unbestritten der Erste, welcher die Menge des geschmolzenen Eises aus der Volumänderung beim Schmelzen so genau gemessen hat, daß danach eine zuverlässige Auswerthung der Wärmecapacität des die Schmelzung veranlassenden Körpers erfolgen konnte, — er hat auch die

für die Rechnung erforderlichen Constanten, die Schmelzwärme (S. 31) und das specifische Gewicht des Eises (S. 7) mit bisher nicht erreichter Schärfe bestimmt, hat ferner erkannt, daß die Brauchbarkeit des Verfahrens wesentlich abhängt von der völligen Entfernung der Luft aus dem Eise und dem Wasser, und endlich die Mittel angeben (S. 15) diese zu erreichen.

Die Geschichte der Wissenschaften zeigt; daß die Entdeckungen fast regelmäsig Vorläufer haben, und häufig ist es sehr belehrend zu verfolgen, wie ein Gedanke allmählig von verschiedenen Erfindern ausgebildet und endlich zum Abschlufs gebracht wurde.

In diesen Annalen Bd. CXLII, S. 320 ist angegeben worden, daß John Herschel schon im Jahre 1847 den Vorschlag gemacht habe die Menge des im Eiscalorimeter geschmolzenen Eises durch die Volumverminderung der Gesamtmasse des angewandten Gemisches von Eis und Wasser zu ermitteln. Das Verdienst, diesen Gedanken der nicht weiter verfolgt wurde, ausgesprochen zu haben scheint mir gegenüber dem Bunsen'schen, nämlich das Princip selbstständig aufgefunden und in vollendeter Weise in Anwendung gebracht zu haben, nicht so groß, als daß eine Prioritätsreclamation nothwendig gewesen wäre. Soll nun aber doch einmal eine solche gemacht werden, so ist nicht zu übersehen, daß schon viel früher die Sache weiter gediehen war, als sie Herschel geführt hat. Im 3. Bande der *Nouveaux mémoires de la société imper. des naturalistes de Moscou*, 1854, giebt R. Hermann (auf S. 155) an, er habe den Uebelständen des Lavoisier-Laplace'schen Eiscalorimeters dadurch abzuhelpen gesucht, daß er als Mittel der Messung die Volumänderung des Eises beim Schmelzen gewählt habe. Er beschreibt seinen Apparat und giebt eine Zeichnung desselben. Ein Glasgefäß wird mit Wasser und Eisstücken gefüllt, der ganze Apparat in Eis gestellt. In dem Messingdeckel des Glasgefäßes ist eine in das Eiswasser hinabreichende Hülse aus Messingblech eingeschraubt, in welche der erwärmte Körper ge-

worfen wird. Ferner senkt sich vom Deckel aus der Cylinder einer kleinen Pumpe in das Eiswasser und endlich ragt eine mit dem unteren Ende ins Eiswasser tauchende calibrierte Glasröhre über den Deckel hinaus. Durch Herabdrücken des Stempels der Pumpe wird das Wasser in der Glasröhre bis zu einem gewissen Theilstriche in die Höhe getrieben (Herschel's Vorschlag setzt eine Ajustirschraube an Stelle der Pumpe), — durch den in die Hülse geworfenen warmen Körper wird Eis geschmolzen, das Volumen des Gemisches aus Eis und Wasser vermindert sich dadurch, und diese Abnahme ist am Stande in der calibrierten Glasröhre abzulesen. »Die specifische Wärme der Stoffe wird sich bei gleichen Gewichtstheilen und gleicher Temperatur verhalten wie die Anzahl der Grade, die das Wasser in der calibrierten Röhre herabsank. Ueber die Anwendbarkeit des beschriebenen Instrumentes habe ich übrigens nur wenig Erfahrung. Ich beschrieb seine Construction nur deshalb, weil ich das Princip derselben für richtig halte und weil Fälle eintreten können, wo man zu ihm seine Zuflucht nehmen müßte«.

Hermann scheint sonach wirkliche Messungen nach diesem Verfahren angestellt zu haben, während (nach dem in diesen Annalen enthaltenen Auszuge) Herschel den Apparat nicht ausgeführt zu haben scheint. Uebrigens schreibt Hermann (S. 156) der Abkühlungsmethode unbedingt den Vorzug vor allen anderen zu, und giebt in seiner Abhandlung nur nach dieser Methode von ihm gefundene Messungsergebnisse.

Aschaffenburg, Ostern 1871.

XV. *Bemerkung zu Dr. Witte's Theorie der Meeresströmungen; von A. Colding.*

---

Im zweiten Hefte dieser Annalen Bd. 142, S. 281 hat Hr. Dr. Witte einen Beitrag zur Erklärung der Verhältnisse, unter welche die Meeresströmungen sich bewegen, gegeben und in Folge dessen die Aufmerksamkeit auf die Theorie hingeleitet, die ich in einer Abhandlung, welche sich in »*Videnskabernes Selskabs Skrifter 5 Række, naturvidensk. und mathem. Afd. 9 Bd. III*« befindet, dargestellt habe. Es freut mich daraus zu sehen, daß Dr. Witte so weit meiner Entwicklung beitreten kann, daß er die Richtigkeit des Satzes erkennt, daß man von dem Einfluß der Rotation der Erde auf einen Körper, welcher sich auf der Oberfläche der Erde bewegt, abstrahiren kann, wenn man den übrigen accelerirenden Kräften, die auf den Körper einwirken, die Kraft:

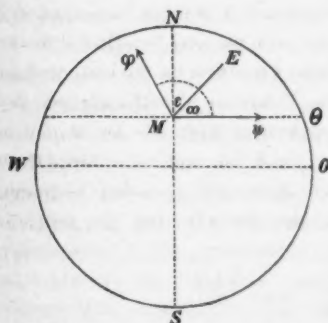
$$\psi = \frac{2\pi \cdot v}{86400} \cdot \sin \theta \cdot \sin \omega$$

von West nach Ost hinzufügt, wo  $\theta$  den Breitengrad, auf welchem sich der Körper befindet,  $\omega$  den Winkel, der die Richtung der Bewegung mit der östlichen Richtung des Breitenkreises bildet und  $v$  die Geschwindigkeit des Körpers in der Richtung der Bewegung bezeichnet.

Daß Hr. Witte die Betrachtungsweise, die mich zu diesem Resultat geführt hat, so klar findet, daß sich seiner Meinung nach Nichts dagegen einwenden läßt, ist für mich eine große Befriedigung; Wenn wir aber darüber einverstanden sind, so kann es schwerlich fehlen, daß wir auch bald über die consequente Folge dieses Satzes einig werden müssen, wenn ich mich ein wenig deutlicher darüber erkläre als es mir vielleicht gelungen ist, in meiner Abhandlung zu thun.

Denken wir uns nämlich, daß eine Meeresströmung in nördlicher Richtung nach einer gegebenen Bahn, die wir

aus Erfahrung kennen, und durch den Einfluss eines Falles oder durch gewisse andere Kräfte, deren Resultante wir im Allgemeinen mit  $\varphi$  bezeichnen wollen, sich bewege, so verstehe ich, dass wir darüber einig sind, dass der erwähnte Theil des Stromes, der sich auf dem Breitengrad  $\theta$  befindet und der sich unter dem Winkel  $\omega$  vorwärts strömend zeigt, ausserdem von der Kraft  $\varphi$ , und zugleich von der Rotationskraft  $\psi$ , die in der Richtung von Westen nach Osten wirkt, getrieben werde.



Wenn nun  $ME$  die Richtung darstellt, in der sich der erwähnte Theil des Stromes wirklich bewegt, so ist es zuvörderst klar, dass die Resultante der beiden Kräfte  $\varphi$  und  $\psi$  in der Richtung  $ME$  geht, und ausserdem, da die Kraft  $\psi$  in der Richtung  $M\psi$ , also unter dem Winkel  $EM\psi = \omega$  mit der Richtung der Bahn

$ME$  wirkt, die Kraft  $\varphi$  nothwendig in einer anderen Richtung  $M\varphi$ , unter einen Winkel  $EM\varphi$ , den wir mit  $\epsilon$  bezeichnen, wirken muss. Da nun  $\varphi$  und  $\psi$  die einzigen Kräfte sind, die auf den erwähnten Theil des Stromes Einfluss haben, so ist die nothwendige Bedingung, dass der Wassertheil die Richtung  $ME$  befolgt, dass

$$\varphi \cdot \sin \epsilon = \psi \cdot \sin \omega,$$

während der exacte Ausdruck für die accelerirende Kraft der bewegten Wassermasse eben so nothwendig durch  $(\varphi \cos \epsilon + \psi \cos \omega)$  dargestellt werden muss. Dies ist das Resultat, welches ich in meiner Abhandlung dargestellt habe, und über dessen Richtigkeit, meine ich, kein Zweifel seyn kann.

Kopenhagen Wasserwerk, 10. April 1871.



**XVI. *Notiz über die mikroskopische Structur  
der Hagelkörner;  
von Paul Reinsch***

Prof. der Naturwissenschaften in Zweibrücken.

**O**bwohl die Bildungsweise und der Ursprung der Hagelkörner noch immer zu den nicht ganz aufgeklärten meteorischen Erscheinungen zu rechnen sind, so läßt sich doch aus den von anderen Niederschlägen abweichenden Verhalten des Erscheinens, wie der Structur, mit einiger Sicherheit wahrnehmen, daß bei deren Bildung Ursachen mitwirken, welche bei der Bildung der übrigen Wasserniederschläge aus der Atmosphäre sowohl in tropfbarflüssiger, als fester Form entweder ganz fehlen oder doch in minder gesteigertem Grade thätig sind. Dennoch läßt sich aus der Verschiedenartigkeit der Merkmale der Hagelkörner in Gestalt, Größe und innerer Structur entnehmen, daß nicht immer dieselben Ursachen mitwirkten. Jedenfalls ist es, um eine genaue, alle Erscheinungen des Phänomens umfassende Theorie zu geben, von einiger Wichtigkeit alle Typen der Hagelkörner zu kennen; insbesondere scheinen mir aber die Merkmale der mikroskopischen Structur manche Anhaltspunkte zu einer richtigen Theorie beitragen zu können. Auch in diesem Gebiete der Meteorologie ist dem Mikroskope, wie es in vielen anderen Zweigen der Fall gewesen, noch eine Zukunft. Diese Notiz betrifft die mikroskopische Structur der Hagelkörner eines Hagelschauers, welcher am Nachmittage des 8. Juni 1869, einige Tage vor dem Niederfall des Krähenberger Meteorsteines über einen Theil des Weststrichs hinwegzog. Die Hagelkörner hatten einen Durchmesser von 10 bis 12<sup>mm</sup>, waren fast genau sphärisch und zeigten dem bloßen Ansehen nach eine mehr concentrische, als radicale Structur. Ein einzelnes Hagelkorn auf einem Objectträger unter das Mikroskop gelegt (Syst. 4 Ok. 4 Oberh. 104 Linearvergr.) bemerkt man, daß dasselbe aus

einzelnen ziemlich gleich grossen Körnchen zusammengesetzt ist, innerhalb deren Mitte je ein einzelnes Bläschen mit hellerem Kerne und dunklerer Peripherie sich befindet. Die einzelnen Körnchen, gewöhnlich rundlich manchmal auch in die Länge gezogen, sind durch eine scharf begränzte Linie construirt und scharf von einander getrennt, so daß eine Partie eines Hagelkornes einige Aehnlichkeit mit dem merenchymatischen Pflanzenzellgewebe zeigt; die Substanz der Körnchen ist durchaus homogen und zeigt keine Structur<sup>1)</sup>. Zerfließt das Hagelkorn allmählich auf der Fläche des Objectträgers, so bemerkt man folgendes bemerkenswerthes Verhalten: Die dunklere scharfe Contur der Körnchen verschwindet an der Schmelzlinie des Hagelkornes, ohne bemerkbare Anzeigen eines verschiedenen Verhaltens von der übrigen starren, homogen erscheinenden Masse der Körnchen. Sowie aber die Zerfließungslinie das sphärische Bläschen der Körnchen erreicht, so entfernt sich das Bläschen überaus rasch von der Zerfließungslinie weg, mit einer gewissen Vehemenz auf mehr als das 50fache des früheren Volums sich ausdehnend. Der Durchmesser der einzelnen Körnchen ist 0,0544 bis 0,0724<sup>mm</sup> = 0,0164 bis 0,0275<sup>rh.</sup>, der Durchmesser des einzelnen genau in der Mitte der Körnchen gelagerten genau sphärischen Körperchens, welches sich als Luftbläschen erweist, ist 0,0088<sup>mm</sup> = 0,026<sup>rh.</sup>. Die Materie des Bläschens ist, nach dem eben angegebenen Verhalten beim Zerfließen der Körnchen, Luft, jedoch Luft, welche auf das über 50fache ihres anfänglichen Volumens zusammengestrichen ist. Die einzelnen Luftbläschen, welche unmittelbar nach ihrer Ausdehnung unter dem gewöhnlichen Luftdrucke einen Durchmesser von 0,02716 bis 0,0314<sup>mm</sup> = 0,0085 — 0,0102<sup>rh.</sup> besitzen, schwimmen kurze Zeit noch unverändert in dem Eiswasser des Objectträgers umher. Da sich die Räume zweier Kugeln wie  $r^3:r_i^3$  verhalten, so ist:  $\frac{r^3}{r_i^3} = \frac{(0,0044)^3}{(0,0157)^3} = 1:52$ .

1) Es war mir leider nicht möglich, die Structur der starren Substanz der Körnchen in polarisirtem Lichte zu betrachten.

Da nach dem Mariotte'schen Gesetze  $V:V_1=P_1:P'$ , so müßte zur Compression eines Luftbläschens von der Dichte der gewöhnlichen Luft von 0,0271<sup>mm</sup> Durchmesser auf einen sphärischen Raum von 0,0088<sup>mm</sup> Durchmesser ein Druck erforderlich seyn, der das 52fache des gewöhnlichen Luftdruckes wäre. Nehmen wir ganz abgesehen von der Höhe an, daß der Luftdruck, unter welchem die Hagelkörner sich gebildet haben, der gewöhnliche Luftdruck sey, so können wir mittelst der Gay-Lussac'schen Formel leicht berechnen, welche Temperatur unter 0° erforderlich ist, um die Verdichtung einer Luftmasse auf das 52fache des Volumens bei gewöhnlichem Luftdrucke zu bewirken. Da aus  $V_{t_1} = V_t - V_t \cdot \alpha \cdot t_1$

$$-t_1 = \frac{V_t - V_{t_1}}{V_t \cdot \alpha},$$

so sind die Werthe für beide Volumina um 4 Decimalstellen reducirt

$$-t_1 = \frac{0,11304 - 0,00216}{0,11304 \cdot 0,00458} = -214^\circ \text{ C.}$$

Nach diesem etwas unwahrscheinlichen Kältegrad ist die alleinige Ursache der Verdichtung wohl nicht bloß die Kälte, wahrscheinlicher sind beide Momente vereint bei dieser enormen Verdichtung in der starren Eismasse eingeschlossener Luft mitwirkend gewesen. Daß sich die um das 52fache ihres Volums ausdehnenden Luftbläschen in der Mitte der sphärischen Körnchen des Hagelkornes befinden und daß die aus dem schmelzenden Hagelkorne sich entwickelnde eingeschlossene Luft weder in den mit fester starrer Eismasse ausgefüllten Zwischenräumen zwischen den einzelnen Körnchen, noch in der homogenen starren Masse der Körnchen sich findet, ergab sich mir durch anhaltende Beobachtung und Vergleichung vieler Hagelkörner. Ich glaube — mich einer Deutung enthaltend — die Aufmerksamkeit der Beobachter auf dieses interessante Factum hingelenkt zu haben und empfehle diesen Gegenstand zur weiteren Beobachtung.

## Erklärung der Abbildungen.

Fig. 13 Taf. IX, Partie eines 200mal vergrößerten Hagelkornes *a.* das in der Mitte der Körnchen gelagerte sphärische Luftbläschen, *b.* die homogene, das Bläschen umgebende Eismasse der Körnchen. Fig. 14 ein einzelnes Luftbläschen 1200mal vergrößert, Fig. 15 Partie des Randes eines im Abschmelzen begriffenen Hagelkornes, *a. a.* Luftbläschen, *b. b.* durch Abschmelzen freigewordene Luftbläschen. *A. A.* Schmelzlinie des Hagelkornes. *α. β.* Größenvverhältniß eines eingeschlossenen und eines durch Abschmelzen der Eismasse freigewordenen Luftbläschens.

Zweibrücken in der Pfalz, am 4. Januar 1871.

## XVII. Wärmeleitung in geschichteten Flüssigkeiten; nach Despretz.

(Mitgetheilt von Hrn. Radau.)

Hr. Saigey hat im *Moniteur scientifique* (15. April 1871) einige hinterlassene Beobachtungen des verstorbenen Physikers Despretz veröffentlicht, die im Mai 1861 angestellt und ihm zur Berechnung anvertraut wurden, bisher aber unbenutzt geblieben waren. Diese Beobachtungen beziehen sich auf die Fortpflanzung der Wärme in zwei über einander geschichteten Flüssigkeiten: Wasser oder Nitrobenzin: sie wurden in ähnlicher Weise ausgeführt, wie die älteren Experimente desselben Physikers über die Wärmeleitung in Wasser. Ein hölzernes, cylindrisches Gefäß, 72 Centimeter hoch und 40 Centimeter im Durchmesser, wurde zur Hälfte mit Nitrobenzin gefüllt (spec. Gewicht 1,20), und darüber Wasser gegossen. Zehn horizontale Thermometer dienten dazu, den stationären Temperaturzustand zu beobachten, während eine constante Wärmequelle auf die Oberfläche des Wassers wirkte und die Wärme sich von oben nach unten verbreitete. Bei dem Versuch No. 1 befanden sich die Gefäße der Thermometer in der Axe des Cylinders, bei dem Versuch No. 2 reichten dieselben bloß bis in die Mitte des Halbmessers. Die Colonnen *H* enthalten die Abstände der Thermometer von der Gränzfläche der beiden

Medien, die Columnen  $T$  die Ueberschüsse der beobachteten Temperaturen über die Temperatur der Umgebung.

Thermometer		Versuch No. 1		Versuch No. 2	
		$H$	$T$	$H$	$T$
Wasser	I	133 <sup>mm</sup> ,7	41°,26	137 <sup>mm</sup> ,44	41°,15
	II	101 ,8	31 ,17	110 ,34	32 ,01
	III	69 ,1	23 ,62	80 ,25	24 ,76
	IV	41 ,5	18 ,66	49 ,25	19 ,16
	V	17 ,5	15 ,68	15 ,90	14 ,83
Nitrobenzin	VI	17 ,5	11 ,83	15 ,90	10 ,68
	VII	46 ,6	7 ,09	41 ,90	6 ,84
	VIII	75 ,7	4 ,48	69 ,80	4 ,36
	IX	106 ,2	2 ,56	101 ,40	2 ,42
	X	138 ,6	1 ,50	133 ,00	1 ,11

Hr. Saigey hat die diesen Zahlen entsprechenden Curven gezeichnet, indem er die Gröfsen  $H$  als Abscissen und die Temperaturen  $T$  als Ordinaten benutzte. Für gleiche Abstände  $H$  bilden letztere annähernd geometrische Progressionen. Nimmt man die Intervalle  $H = 17^{\text{mm}}.5$ , so ist das mittlere Verhältnifs der auf einander folgenden Ordinaten:

	Versuch No. 1	Versuch No. 2
im Wasser	0,861	0,863
im Nitrobenzin	0,739	0,703

Mit diesen Werthen des Verhältnisses der Ordinaten hat Hr. Saigey die Gröfsen  $T$  so berechnet, dafs sie sich den direct von den Curven abgelesenen Werthen möglichst anschliessen, wie die nachstehende Tabelle zeigt.

Wasser	Versuch No. 1		Versuch No. 2	
Abstände $H$	Curve	Rechnung	Curve	Rechnung
140 <sup>mm</sup>	43°,5	43°,5	41°,5	41°,5
122,5	37 ,4	37 ,4	35 ,6	35 ,8
105	32 ,1	32 ,2	30 ,5	30 ,9
87,5	27 ,6	27 ,7	26 ,2	26 ,6
70	23 ,4	23 ,9	22 ,6	23 ,0
52,5	20 ,6	20 ,6	19 ,6	19 ,8
35	17 ,7	17 ,7	17 ,1	17 ,1
17,5	15 ,7	15 ,2	15 ,1	14 ,8
0	.....	13 ,1	.....	12 ,7

Nitrobenzin Abstände $H$	Versuch No. 1		Versuch No. 2	
	Curve	Rechnung	Curve	Rechnung
0 <sup>mm</sup>	.....	16°,1	.....	14°,8
17,5	11°,8	11,8	10°,4	10,4
35	8,6	8,7	7,6	7,3
52,5	6,5	6,4	5,6	5,1
70	4,9	4,8	4,3	3,6
87,5	3,6	3,5	3,2	2,5
105	2,6	2,6	2,2	1,8
122,5	1,9	1,9	1,4	1,3
140	1,4	1,4	0,9	0,9

An der Gränze der beiden Medien hatte Despretz leider keine Thermometer angebracht. Die beiden Curven gehen hier auseinander; vom Wasser zum Nitrobenzin (welches beiläufig 3,7mal schlechter leitet) steigt die berechnete Temperatur plötzlich um 2 bis 3 Grad.

Despretz hat einen ähnlichen Versuch mit zwei Metallen, Kupfer und Zinn, gemacht. Zwei Stäbe aus diesen Metallen waren aneinander gestoßen. An der Berührungsfläche betrug die Temperaturdifferenz 1°,47; wurde ein Blatt Papier eingeschaltet, so stieg diese Differenz auf 5°,5. In diesem Falle handelt es sich um eine plötzliche *Abnahme* der Temperatur. Direct erwärmt wurde der Kupferstab, die Wärme strömte also auch hier aus dem besseren Leiter in den schlechteren. Die Beobachtung ist publicirt in den *Comptes rendus* der pariser Akademie (1838, Bd. VII, S. 833).

Die im Wasser (Vers. No. 1) beobachteten Temperaturen werden besser dargestellt durch die Formel

$$T = 12^{\circ},27 (1,17)^{\frac{H}{17,5}} + 1^{\circ},51 (1,17)^{-\frac{H}{17,5}}$$

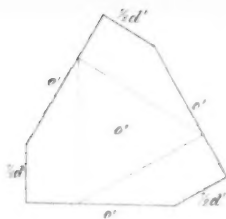
welche  $T = 13,8$  für  $H = 0$  giebt; dagegen findet man durch das Nitrobenzin etwa  $T = 16^{\circ}$  für  $H = 0$ ; der Unterschied beträgt immer noch über 2 Grad.

a  
n  
.  
e  
,  
r  
n  
).  
n

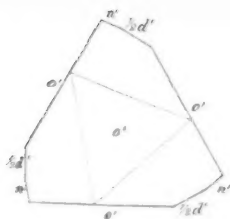
h  
ed



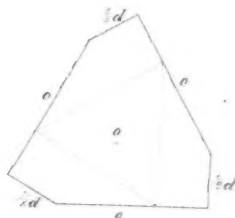
13.



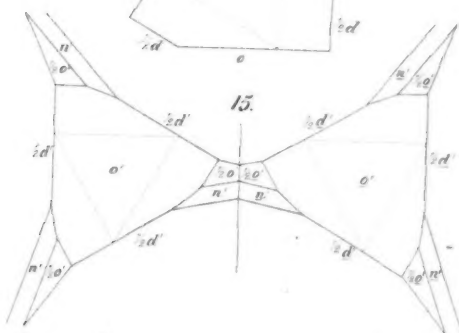
14.



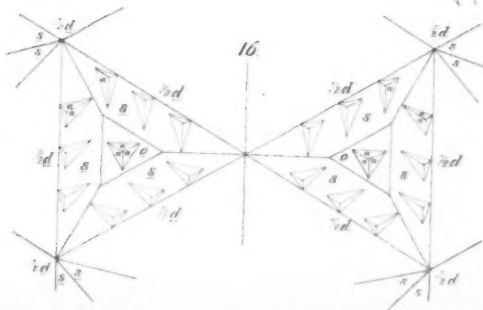
12.



15.



16.



G. Rose del.

A. Schütz del. Lith. Just. Neuberger.

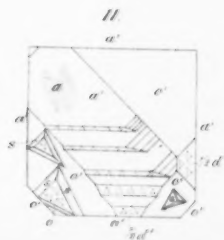
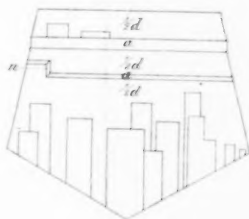
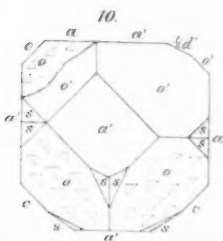
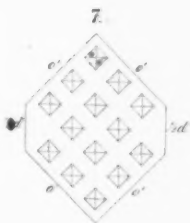
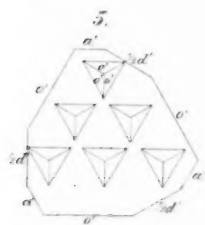
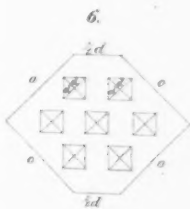
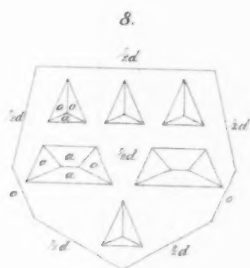
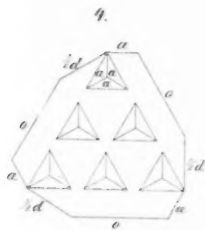
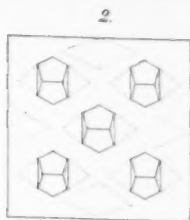
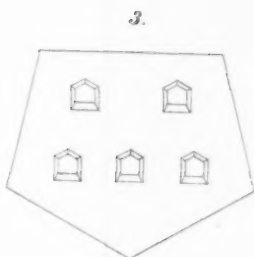
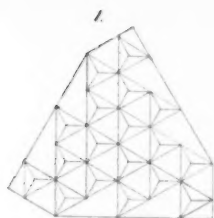


Fig. 2.

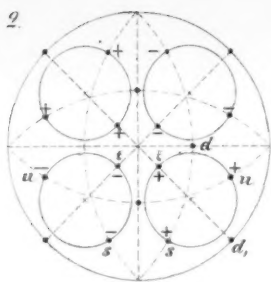


Fig. 4.

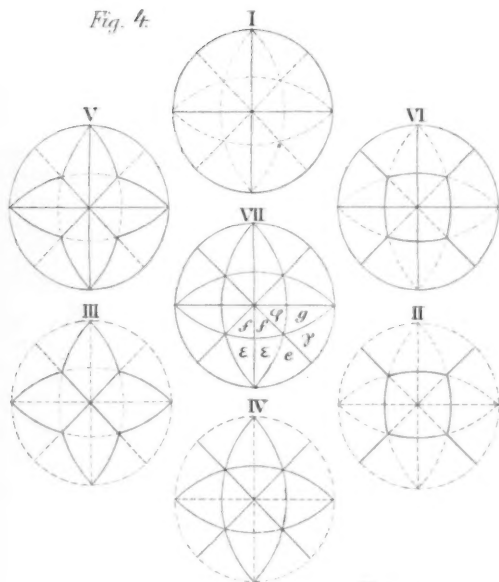
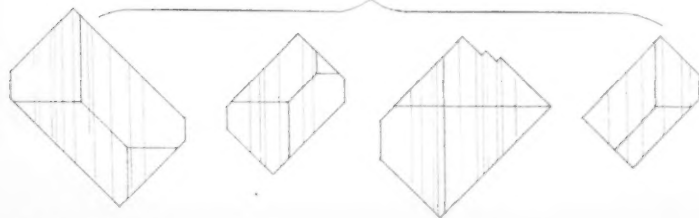


Fig. 19.



et Schützgen Lith. Just. Berlin.

Fig. 1.

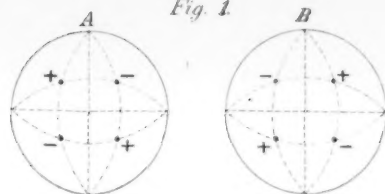


Fig. 5.

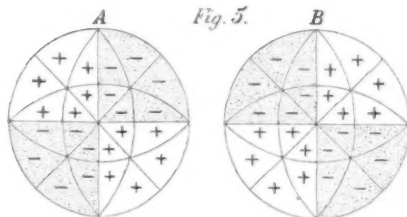


Fig. 6.

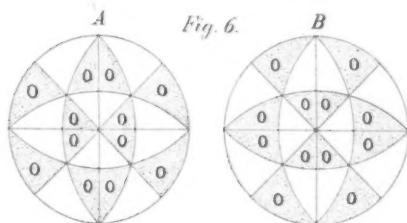


Fig. 7.

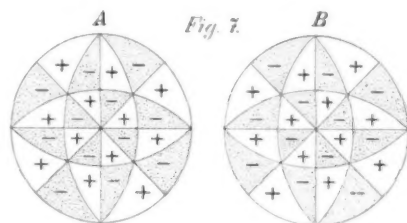


Fig. 10.

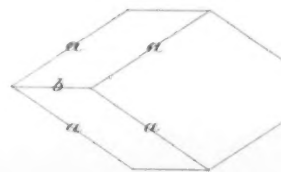


Fig. 3.

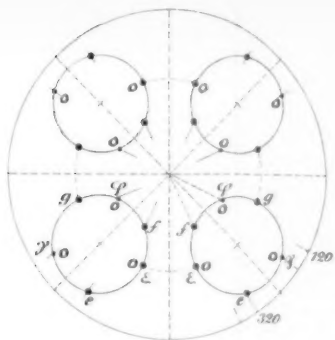
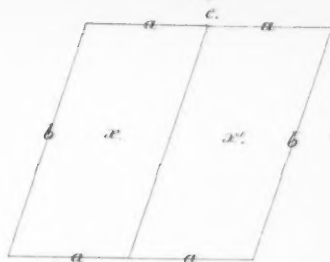


Fig. 9.



Taf. II.

Fig. 18.

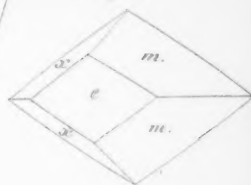


Fig. 12.

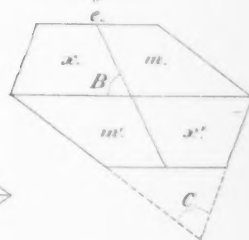


Fig. 11.

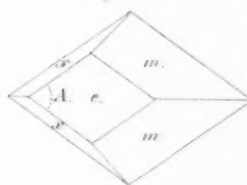


Fig. 15.

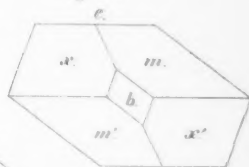


Fig. 14.

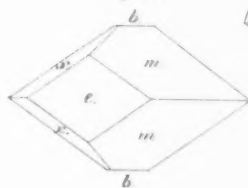


Fig. 8.

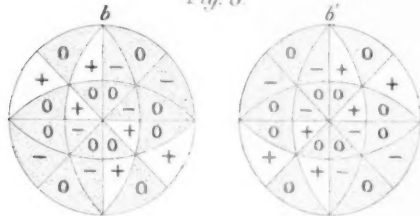


Fig. 13.

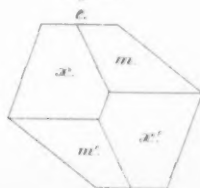


Fig. 16.

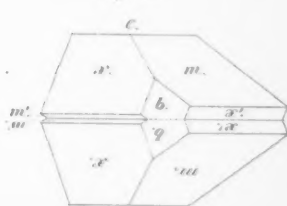


Fig. 17.

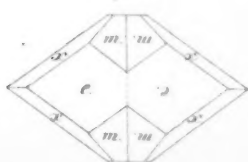
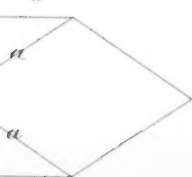


Fig. 10.





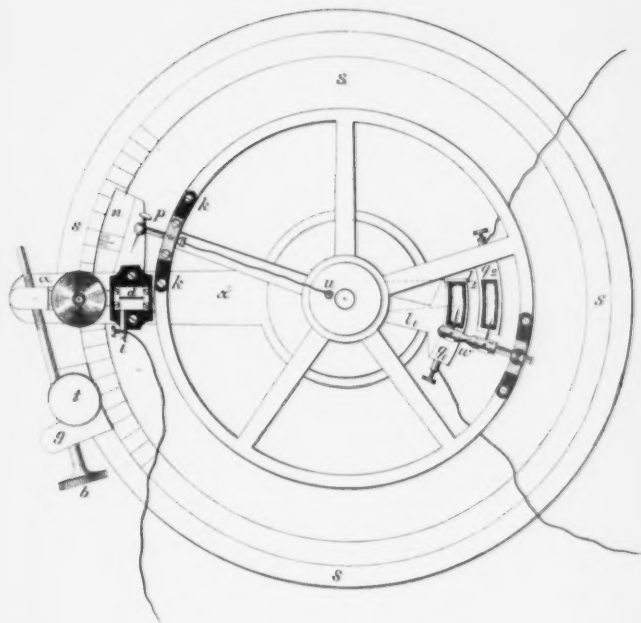
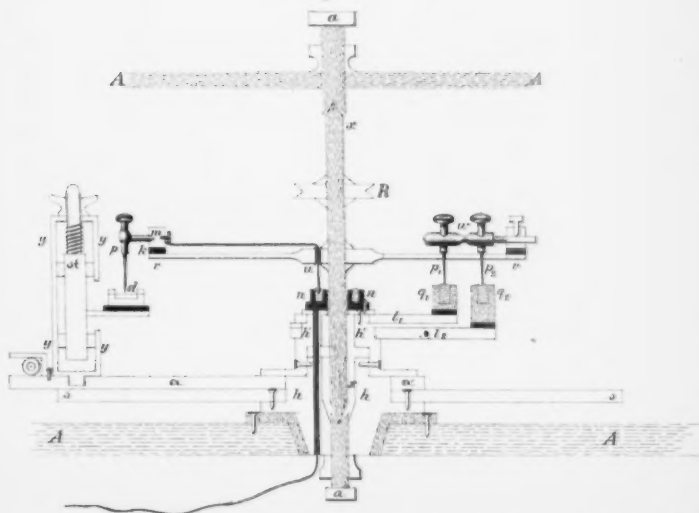


Fig. 1.



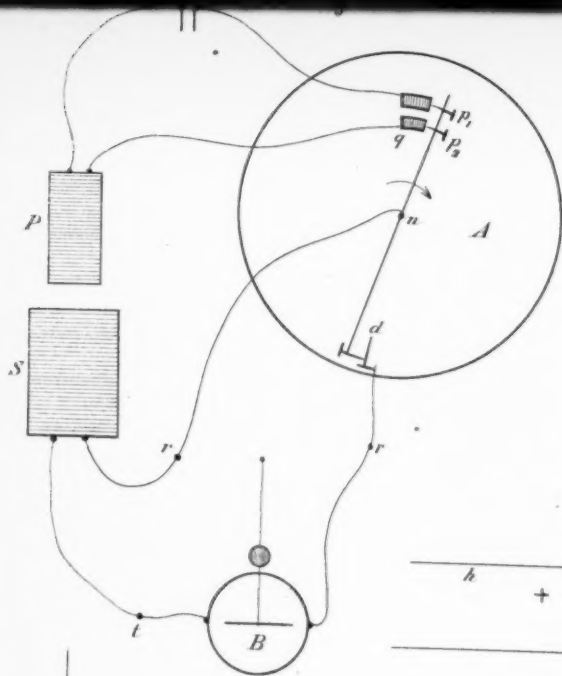
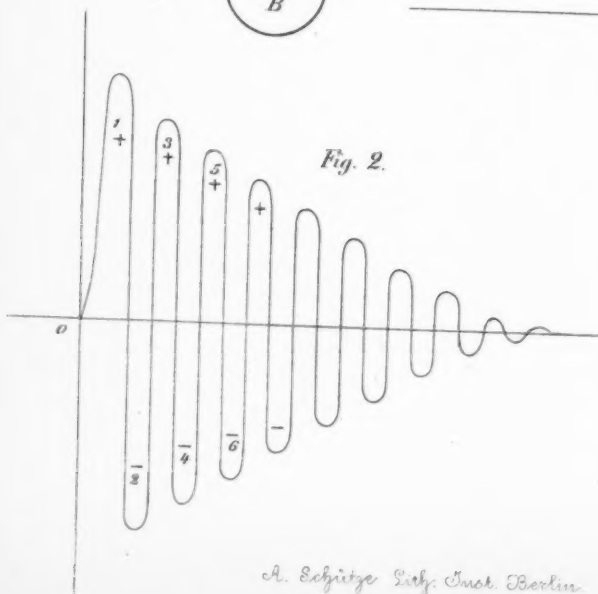


Fig. 4.



A. Schütz Insh. Inst. Berlin.

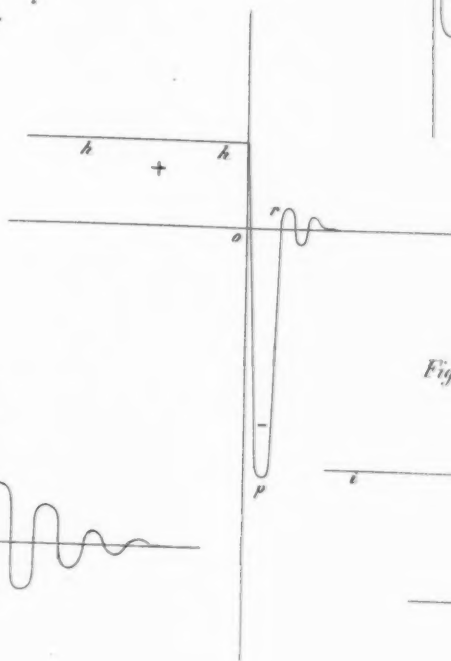


Fig.





Fig. 2.

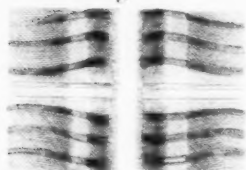


Fig. 10.



Fig. 11.



Fig. 12.



Fig. 13.

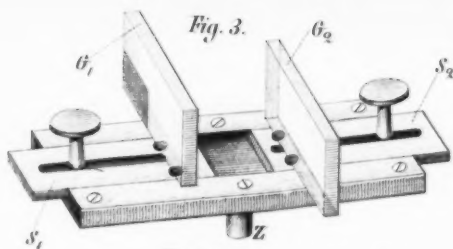


Fig. 1. Lamellare Beugungsstreifen.

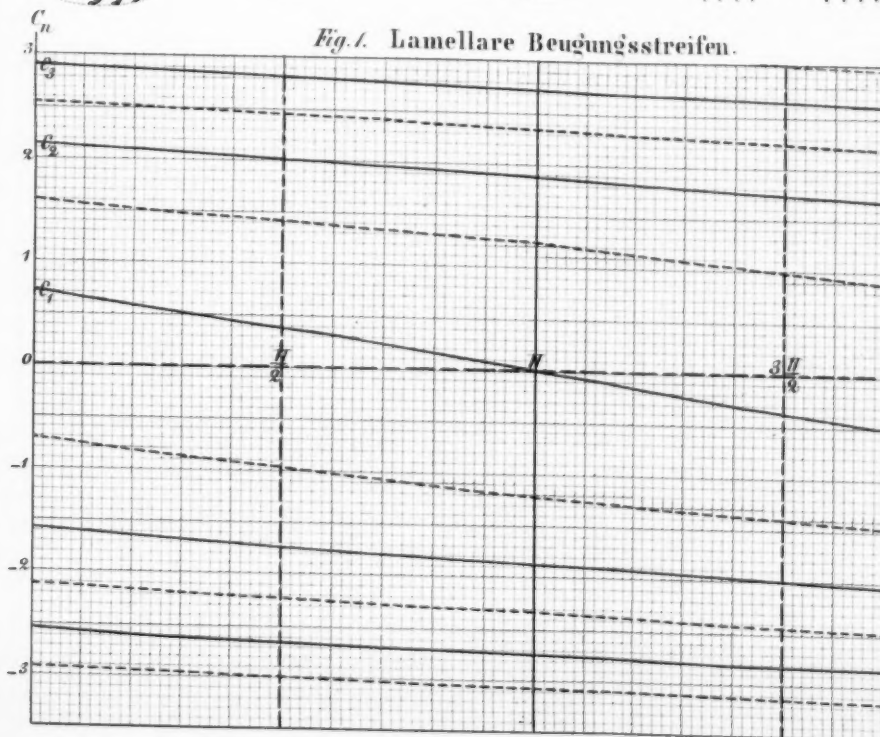


Fig. 1.

Fig. 4.

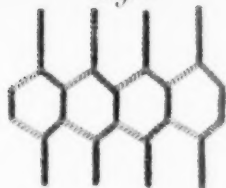


Fig. 13.

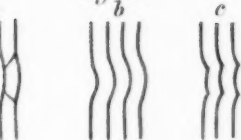


Fig. 6.



Fig. 7.



Fig. 5.

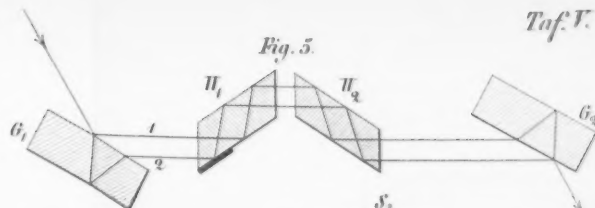


Fig. 14.

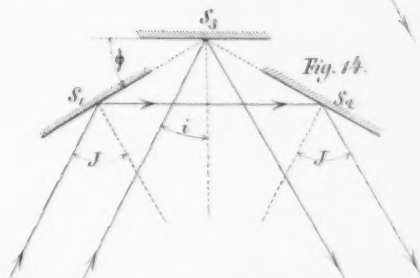


Fig. 8. Reflexion in Glas.

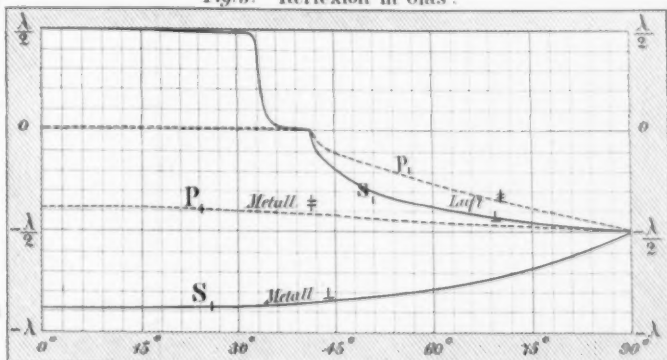


Fig. 9. Reflexion in Luft.

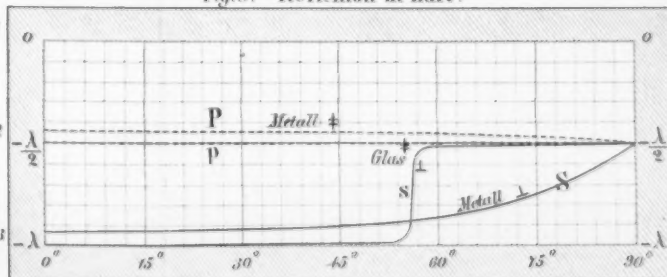


Fig. 1.

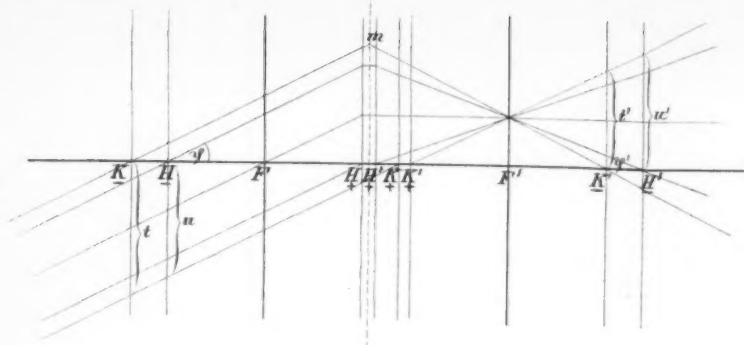


Fig. 2.

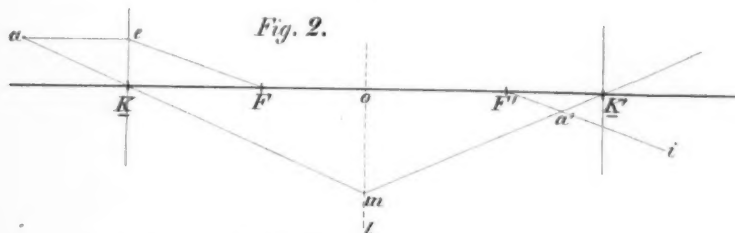


Fig. 3.

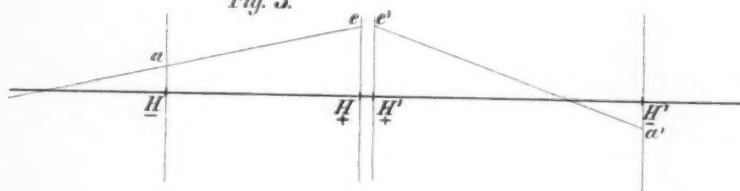
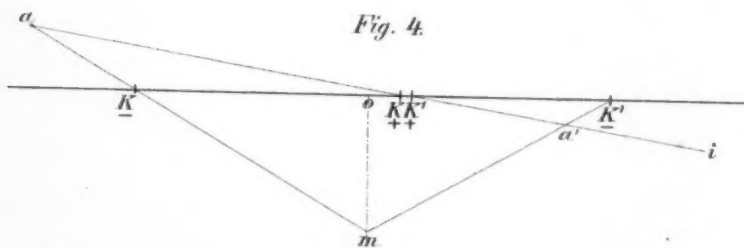


Fig. 4.



Ch. Schütze Sieb. Inst. Berlin.

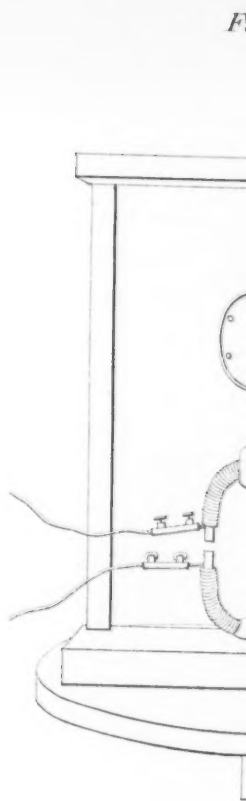


Fig. 3<sup>a</sup>

Fig. 8.

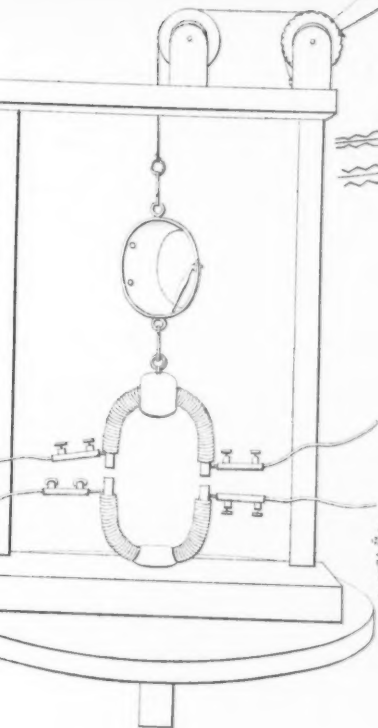


Fig. 6.

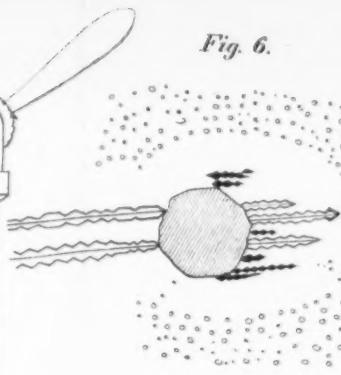


Fig. 7.

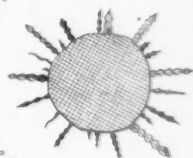


Fig. 5.

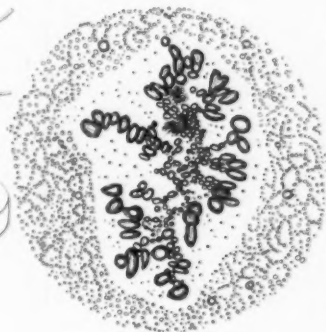


Fig. 10.

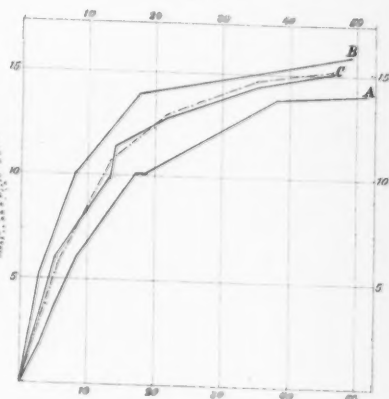


Fig. 9.

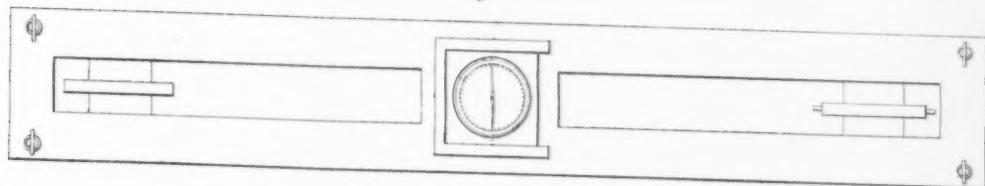


Fig. 3<sup>a</sup>

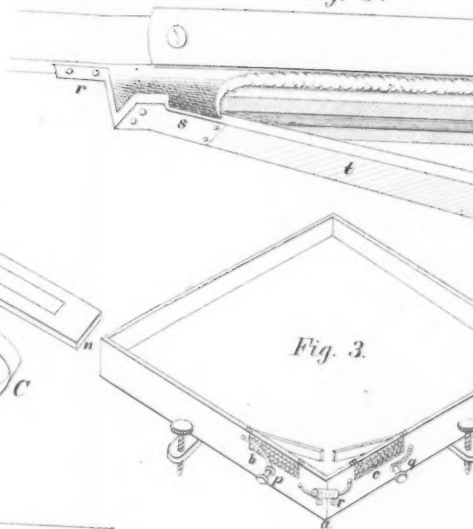


Fig. 3

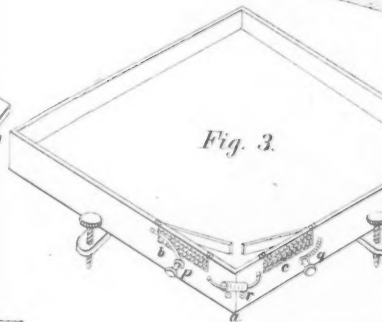
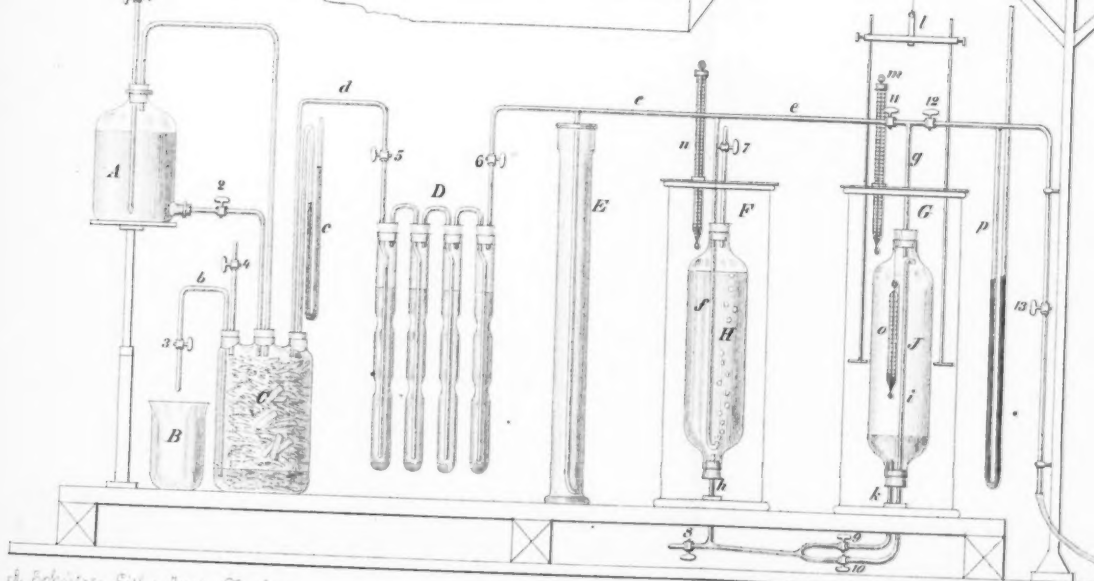
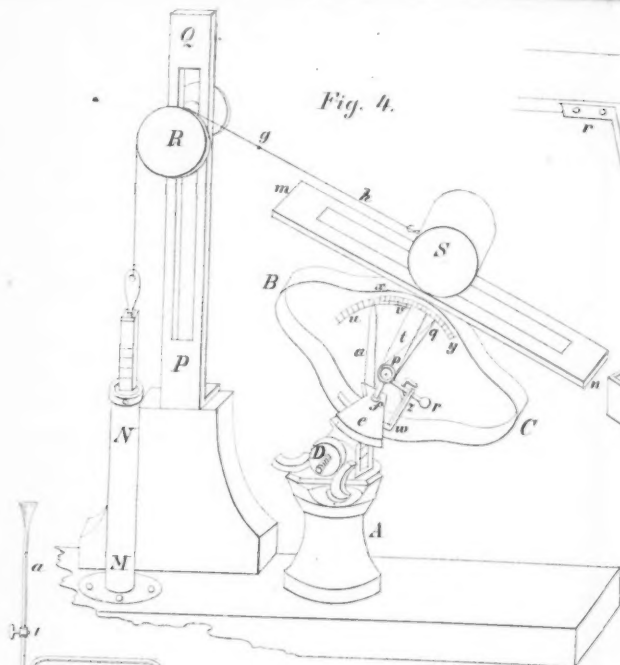


Fig. 4.



d. Schiller's Liquef. Instr. Berlin

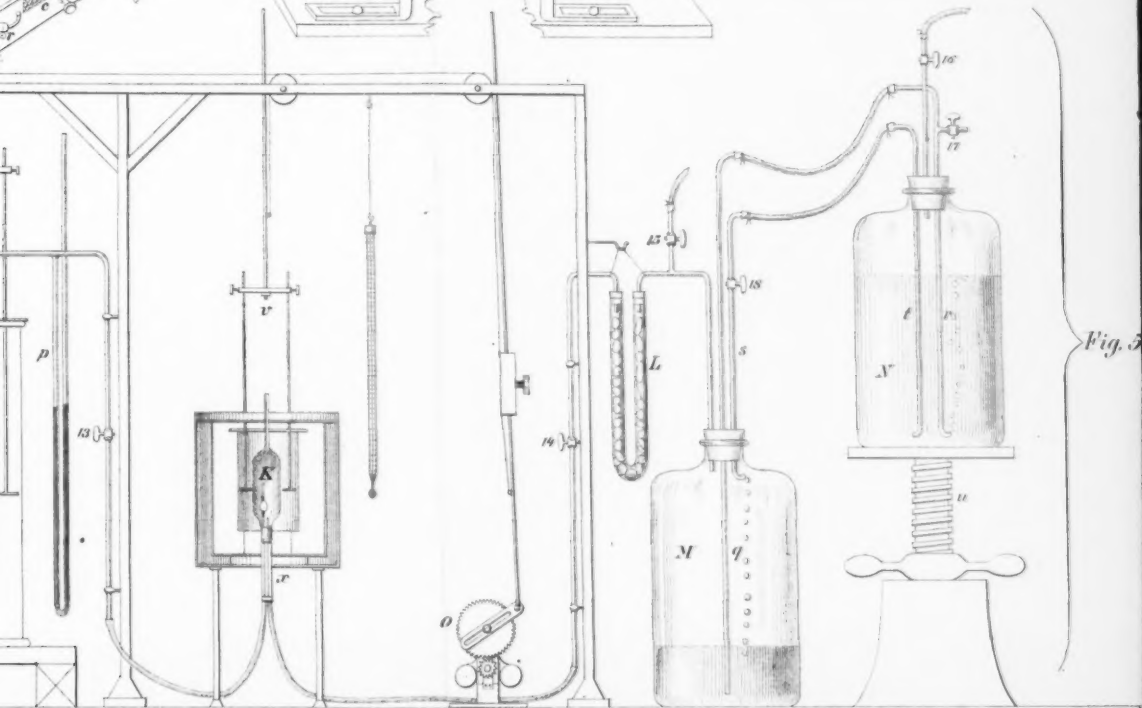
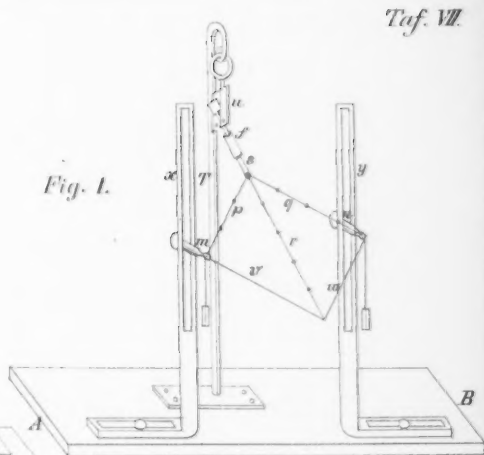
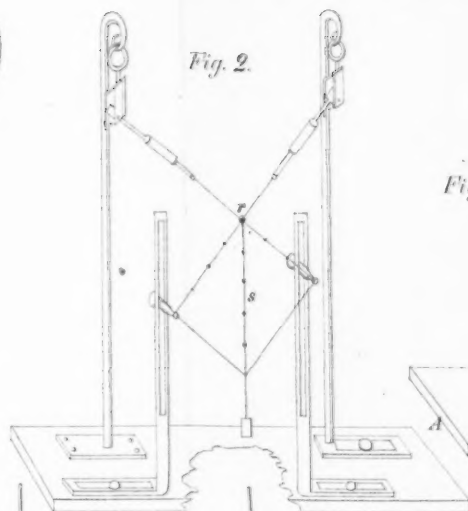
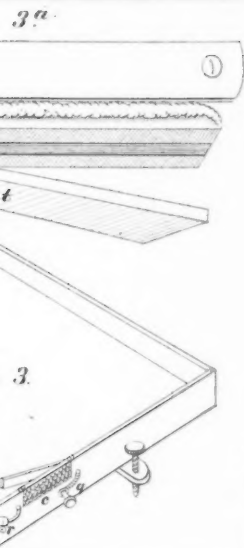




Fig. 2.  $\frac{1}{120}$

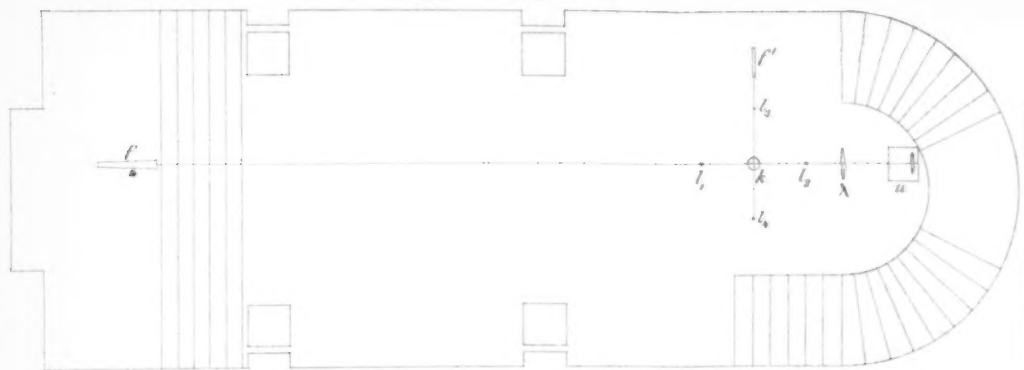


Fig. 3 nat. Gr.

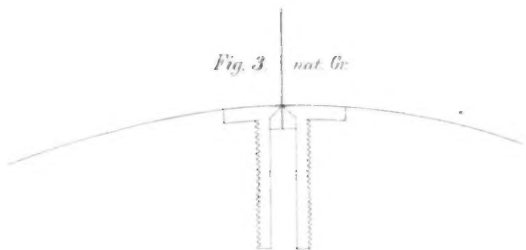


Fig. 6.  $\frac{1}{2}$

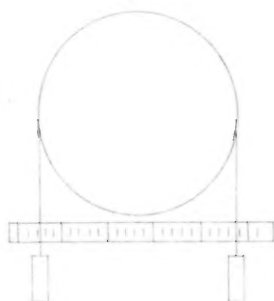


Fig. 5.  $\frac{1}{10}$



Fig. 4 nat. Gr.

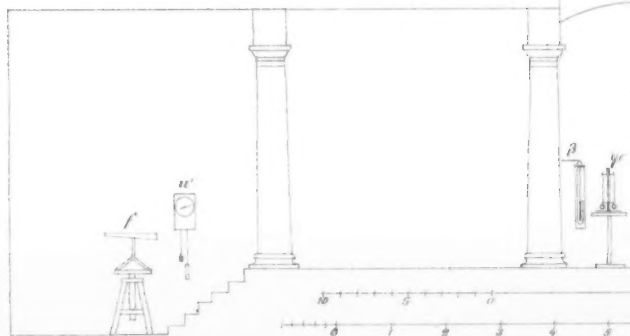
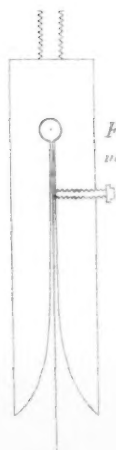


Fig. 1.

1/120

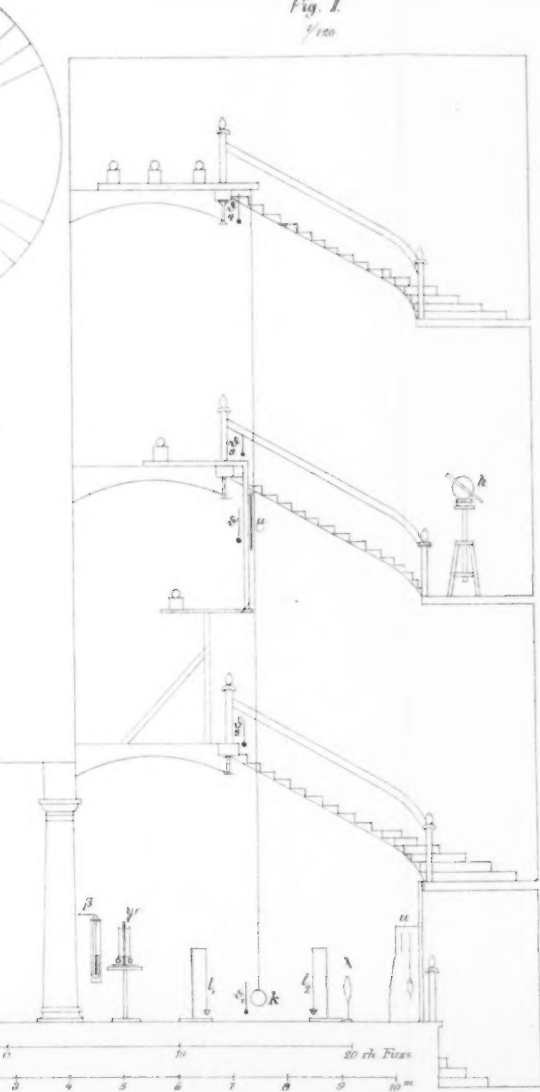


Fig. 7.

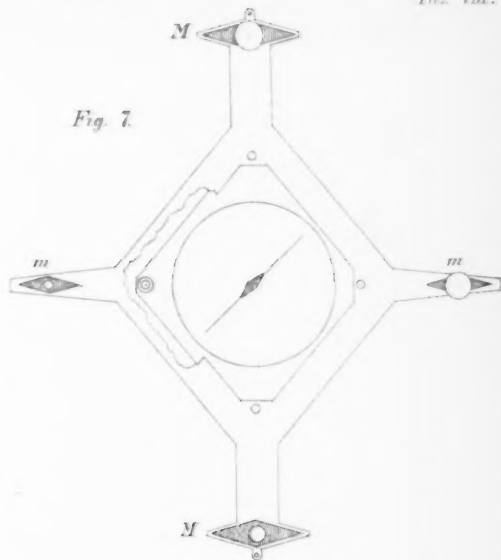


Fig. 8.

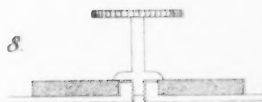
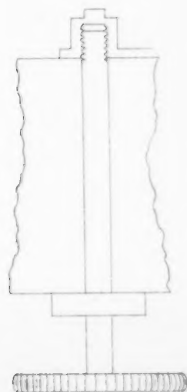


Fig. 9.



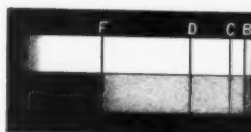
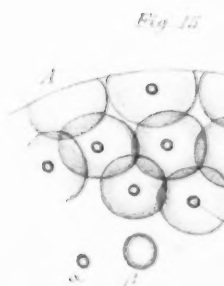
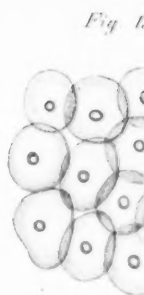
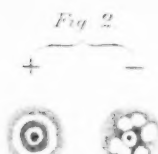


Fig. 13

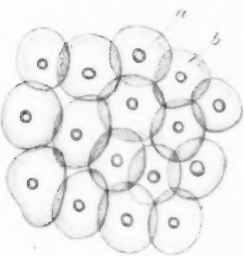


Fig. 14



Fig. 15

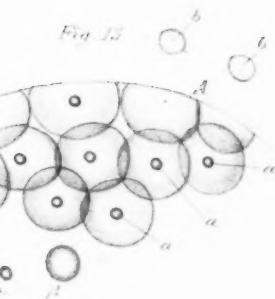


Fig. 19

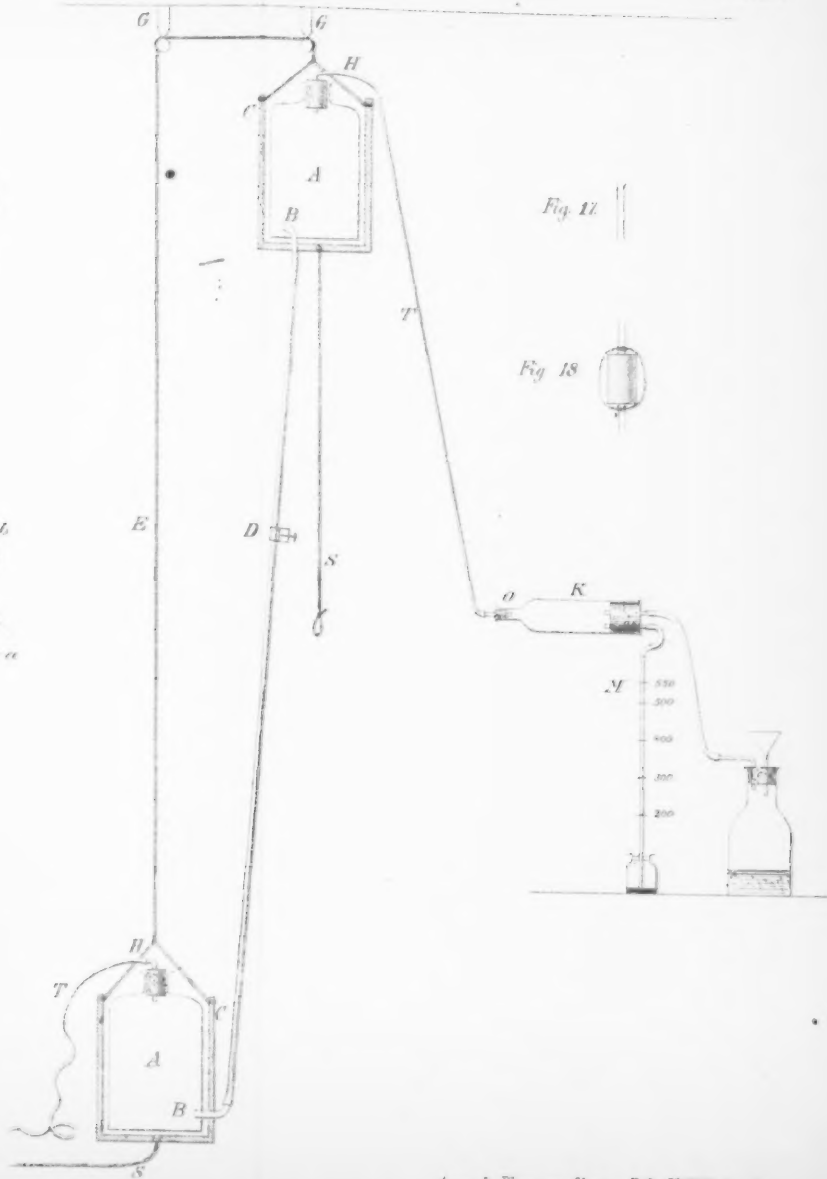


Fig. 17



Fig. 18

